Северо-Западное окружное управление образования
Государственное образовательное учреждение
гимназия № 1549

Фестиваль исследовательских и творческих работ учащихся «Портфолио»

Исследовательская работа на тему

Элементы теории вероятностей в игре домино

Автор: Лолишвили Евгений,
7 «Б» класс

Научный руководитель:
Алфимова Анастасия Сергеевна,
учитель математики

Москва – 2010

Содержание

ВВЕДЕНИЕ 3

ГЛАВА 1. Теоретическая часть 4

§ 1. История игры 4

§ 2. Правила игры 4

§ 3. Доминошные головоломки 8

§ 4. Некоторые факты из теории вероятностей 8

§ 5. О возможности гарантированного выигрыша в партии 10

ГЛАВА 2. Практическая часть 11

Эксперимент №1. Поисковый 11

Эксперимент №2. Вероятность выпадения заданного количества дублей при извлечении 5 доминошек с базара первым игроком 14

Эксперимент №3. Вероятность выпадения заданного количества дублей при извлечении 7 доминошек с базара первым игроком 17

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 19

ЛИТЕРАТУРА 20

ПРИЛОЖЕНИЯ 21

Расчёт вероятностей выпадения заданного количества дублей (при извлечении 5 из 28) с помощью классического определения 21

Расчёт вероятностей выпадения заданного количества дублей (при извлечении 7 из 28) с помощью классического определения 22

ВВЕДЕНИЕ

С детства мы знакомы с разными настольными играми. Некоторые из них достаточно сложны (такие, как шахматы), поскольку требуют от играющего умения выстраивать целую стратегию, продумывать свои действия на много шагов вперёд и перебирать в уме огромное число комбинаций в поисках нужной. Не менее любимы и игры, исход которых от игрока зависит немного, например, лото. Совершенно отдельный класс составляют игры, исход которых во многом зависит от случая, хотя шансы выиграть в них повышаются, если игрок выбирает разумную стратегию. К ним относятся карточные игры, игры, требующие бросания игральной кости (кубика) и домино.

Играя в такие игры, задумываешься, действительно ли в них всё решает случай и если да, то можно ли каким-то образом предсказать исход игры.

Законы случайного изучают теория вероятностей и математическая статистика. Выполняя исследовательскую работу, я начал знакомиться с этими новыми для меня разделами математики на примере некоторых закономерностей, замеченных при игре в «Домино».

Объект исследования: игра домино
Предмет исследования: выявление математических закономерностей в игре домино.
Гипотеза: шансы возникновения тех ли иных игровых ситуаций не одинаковы.
Цель исследования: выявить наличие математических закономерностей в игре домино.
Задачи исследования:
1. Проанализировать литературу и Интернет-источники по данной теме.
2. Изучить различные правила игры «Домино».
3. Рассмотреть доминошные головоломки.
4. Изучить некоторые факты теории вероятностей.
5. Провести опыты, решить ряд задач, показав применение теории вероятностей к игре домино.
6. Провести теоретические расчёты и сравнить их с результатами опытов.
7. Выяснить, есть ли преимущества у математического подхода по сравнению с экспериментальным в данном случае.
8. Приобрести навыки работы с компьютерными программами MS Word, MS Power Point, и редактор формул MS Equation для оформления результатов и представления работы.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

§ 1. История домино

Домино – небольшие пластинки, по традиции, изготавливавшиеся из слоновой кости или просто кости с небольшими, круглыми вставками черного дерева. Эти пластинки использовались, чтобы играть во многие игры.

Название «домино» произошло от этого сочетания белого и черного цветов. «Домино» – французское слово. Так называли священники-христиане зимнее одеяние, которое было черным снаружи и белым внутри. «Домино» – это также тип маски, представляющей черный и белый мотив.

Время происхождения домино – приблизительно от 1120 до н.э. Домино, хотя и достаточно распространено на Западе, на самом деле является китайским изобретением. Оно произошло от игральных костей, которые были ввезены в Китай из Индии в далеком прошлом. Каждая косточка домино первоначально представляла собой результат бросания двух игральных костей. Одна половинка домино представляет результат бросания одной кости, вторая – другой.

В китайские комплекты были введены дубликаты, и они состоят из двух комплектов: военного и гражданского. Китайское домино длиннее, чем типичное европейское домино. Китайское домино со временем развилось в MahJongg, игру, которая была особенно популярна в Соединенных Штатах в 1920-х годах.

Примерно в 18-ом столетии домино прибыло в Европу, когда оно появилось в Италии. Удивительно, что это заняло так много времени, ведь установление Великого Шелкового Пути произошло задолго до этого. При переходе в европейскую культуру игра частично видоизменилась. Европейские комплекты не содержат ни различных классов костей, ни дубликатов. Вместо этого Европейские комплекты содержат семь дополнительных домино, в которых одна из половинок – с изображением «Пусто».

Интересно, что американские эскимосы также играют в игру, использующую фишки, очень напоминающие Домино.

Многие игры, которые мы относим к домино, являются современными. Блочные игры датируются началом 20-го столетия. Предположительно, что некоторые игры, как, например, пасьянсы Reiner Miller'a, созданы в последние несколько десятилетий. [3]

§ 2. Правила игры в домино

2.1. Обычное (традиционное) домино

Играют от двух до четырёх человек. Для двух сдают по 7 камней, для 3 или 4 по 5 костей. Остальные находятся в стороне, чистой стороной вверх (на базаре). Начинает тот игрок, у которого есть дубль 6-6, он выставляет кость. Следующие игроки выставляют соответственно 6-1, 6-2 и т.д. Если таких камней нет, то надо добирать из базара. Если же ни у кого из игроков нет дубля 6-6, то можно ходить другими, например 5-5, 4-4 и т.д. от большего к меньшему. А если ни у кого нет дубля, то ходят большими значениями камня, например 6-5. Игра кончается тогда, когда один из игроков выложит свой последний камень. Победителю записывается сумма очков всех камней у проигравших. Игра может закончиться когда камни на руках будут, но нечего будет докладывать. В этой ситуации выигрыш принадлежит тому, у кого меньше всего очков. В выигрыш ему записывается разность очков. Игра продолжается до заранее оговорённой суммы, например 100 очков.

2.2. Козёл

Правила этой игры знакомы почти каждому. Играют обычно в эту игру двое на двое (хотя играть вдвоем или втроем). Вначале игры каждый берет по 7 костей (если играет меньше чем 4 человека, то оставшиеся камни образуют "базар"). Начинает игру тот, у кого окажется дубль 1-1. Игроки ходят по кругу по ходу часовой стрелки, приставляя костяшки с соответствующим значениям к цепочке, образующейся на столе. Если кто-нибудь не может сделать очередной ход, то он пропускает его (в случае двух или трёх игроков он берет камни из базара, пока не найдет нужную). Игра заканчивается, когда один из игроков выложит все камни. Значения на оставшихся костях суммируются (в случае игры двое на двое оба игрока суммируют свои очки камней). Проигрывает матч та команда, которая первой наберет 101 очко.

2.3. Китайское домино

Комплект китайского домино отличается от европейского. Он состоит из 32 костей. Кости разделены на гражданские (дубли) и военные (все остальные), костей с 0 (пустышкой) нет. Кости в одно, четыре очка — красные, остальные — черные, дубль шесть — наполовину красные, наполовину черные. Одинаковые дубли (гражданские) образуют пары, а в военной серии пары образуют костяшки с одинаковым числом очков. Военные: 1-2, 1-4, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 3-4, 3-5, 3-6, 4-5; 2-4 и 1-2 — высшие пары, но по отдельности — это низшие кости. Поленница — параллелепипед 8х4х1.

2.4. Берген

Количество игроков в этой игре от двух до четырех. Если играют двое-трое, то они получают по шесть камней, если четверо. то по пять. Игра начинается с "мыла", либо с ближайшего дубля. Если дубли отсутствуют, то с минимального камня. Очки игрокам начисляются в процессе игры. Так, заходящий с дубля получает два очка. Кроме того, игрок получает два очка каждый раз, когда выложенный им камень по числу очков на свободной половине совпадет со свободной половиной на другом конце выкладки. Дубли всегда располагаются поперек основной выкладки. Игрок может заработать три очка, если выкладка на одном конце заканчивается дублем, а с другой стороны половинкой камня с тем же числом очков, что и в дубле. При необходимости игрок может прикупить с базара один камень. Последние два камня базара в игре участия не принимают. Если игрокам не с чего ходить, а в резерве остались еще два закрытых камня, игра считается заблокированной. Начинается подсчет очков. Игрок, у которого на руках не осталось дублей, получает 2 очка. Если дублей нет ни у кого, 2 очка достаются игроку, у кого на руках наименьшая сумма очков. Если дубли есть у всех, 2 очка получает владелец наименьшего дубля. Игрок, успевший выложить все камни до того, как партия была заблокирована, тоже получает 2 очка. При двух игроках игра продолжается до 15 очков, при трех до 10.

2.5. Блиц

Эта игра, в которой могут участвовать от 4 до 8 человек. Для 4 сдают по 7 камней, для 5 — по 5, для 6 и 7 — по 4, для 8 — по 3 камня. Чем меньше игроков, тем лучше. Начинают с дубля 0-0 ("мыло") или с камня ближайшего к нему по очкам. Каждый из игроков в свой ход может выложить сразу любое количество камней, если предоставляется возможность к продолжению "цепочки". Можно выложить даже все свои камни за один ход. В этом случае игра считается оконченной. Выигрыш высчитывается как в обычном домино.

2.6. Треугольное домино, тримино, домино трио, tri domino

Tri domino (домино трио, тримино или как его еще называют треугольное домино) Интересная классическая игра для 2-6 человек. Игра ведётся до 400 очков и состоит из нескольких раундов. Побеждает тот, кто первым избавился от всех костяшек. Он получает бонус - 25 очков, плюс общую «стоимость» костяшек других игроков.

Рис.1

Для ведения счёта необходимо записать в таблицу имена или инициалы игроков. После каждого круга ведущий должен добавлять или вычитать очки в соответствующих колонках. Игра ведётся до 400 очков и состоит из нескольких раундов. Переверните все кости лицом вниз и перемешайте. Игроки, в зависимости от их количества, набирают себе кости: 2 игрока – 9 шт., 3-4 – 7 шт., 5-6 – 6 шт.

Первый ход делает игрок, которому досталась костяшка с триплетом наибольшей ценности. Самым ценным считается сочетание «три пятёрки», за ним идёт сочетание «три четвёрки», «три тройки» и т.д. Этому игроку записывается столько очков, сколько было на его начальной костяшке, плюс бонус 10 очков за первый ход. Если игра начинается с костяшки «три нуля», первый игрок, помимо обычного бонуса в 10 очков, получает дополнительный бонус – 30 очков.

Если у игрока, получившего право первого хода, кроме какого-либо триплета есть ещё и костяшка «три нуля», он вправе начать игру именно с неё и получить соответствующий бонус. Необходимо объяснить этот момент игрокам.

Если ни у кого из игроков нет костяшек с тремя одинаковыми цифрами, начинает игру тот, у кого есть костяшка с самой большой суммой цифр. В этом случае он получает столько очков, сколько «стоит» эта его костяшка, но бонус ему не полагается.

Ход переходит по часовой стрелке. Следующий игрок должен совместить одну из своих костяшек с начальной костяшкой. У них должны совпадать два числа. Если у очередного игрока такая костяшка есть, он получает столько очков, сколько «стоит» его костяшка (сумму всех трёх цифр).

Если игроку нечем ходить, он тянет костяшку из «колодца» (это лишние костяшки, лежащие лицом вниз). Тянет до тех пор, пока не попадётся подходящая костяшка. За каждую костяшку, взятую из колодца, у игрока вычитается 5 очков. Чтобы не ошибиться в подсчётах, держите костяшки, взятые из колодца, отдельно от остальных. Когда попадётся нужная костяшка, сообщите ведущему общее число взятых из колодца костяшек.

Если костяшки в колодце закончились, а подходящей так и не нашлось, у игрока дополнительно вычитается 10 очков, и он пропускает ход. Продолжает игру следующий человек.

Побеждает тот, кто первым избавился от всех костяшек. Он получает бонус 25 очков, плюс общую «стоимость» костяшек других игроков. Если подобным образом победитель не выявлен (костяшки есть у всех, но ход не может сделать никто), игра останавливается. Победителем раунда объявляется игрок, костяшки которого имеют наименьшую общую «стоимость». Он получает количество очков, равное общей «стоимости» костяшек остальных игроков, но без бонуса. Кроме того, он должен вычесть «стоимость» своих костяшек. Затем начинается следующий раунд.

Если игрок набирает в процессе игры 400 очков, раунд доигрывается до конца. Если 400 очков в процессе игры набрали несколько человек, победителем всей игры становится победитель последнего раунда.

Если игрок во время своего хода ставит костяшку, совпадающую с соседней не двумя, а всеми тремя цифрами, ему начисляется общая «стоимость» этой костяшки, плюс бонус 60 очков.

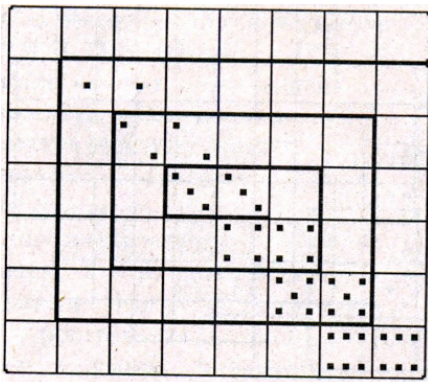
Если игрок во время своего хода делает мост, ему начисляется общая «стоимость» его костяшки, плюс бонус 40 очков. Мост получается, когда костяшка игрока зеркально отражает соседнюю костяшку одной своей стороной (то есть совпадают 2 пары цифр, и одна пара непосредственно соприкасается между собой, а другая соединяется через «мост», сделанный из первой пары).

Если игрок ставит костяшку, совпадающую с соседней двумя сторонами, ему начисляется общая «стоимость» его костяшки, плюс бонус 40 очков. [3]

§ 3. Доминошные головоломки

В процессе работы в литературе, посвящённой занимательной математик (например, [1], [4]) было найдено множество головоломок, которые можно решать с помощью доминошек. В качестве примера приведу некоторые из рассмотренных.

Спираль. По правилам домино сложите «спираль», заполняющую многоугольник 7*8,так, чтобы по одной из его диагоналей расположились пары чисел: от 0:0 до 6:6.



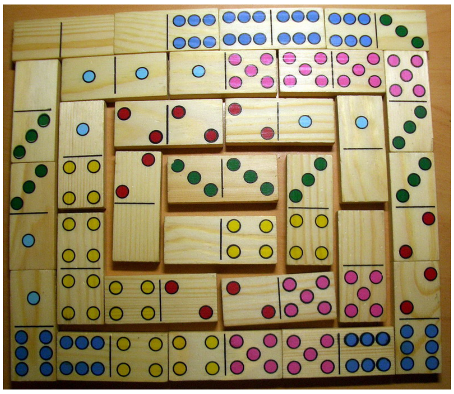
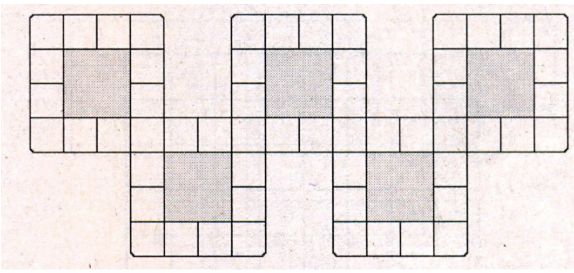


Рис. 2

Олимпийская эмблема. Расположите комплект домино, соблюдая основное правило, в виде 5 рамок, напоминающих олимпийскую эмблему. Добейтесь при этом такого расположения косточек, чтобы сумма очков в каждой квадратной рамке была постоянной и равнялась 34.



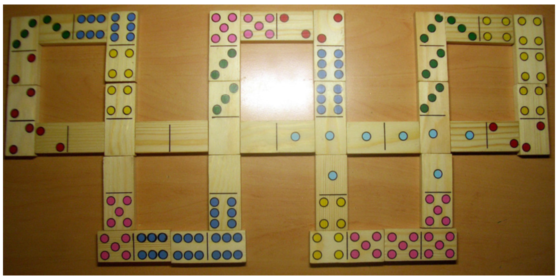


Рис. 3

§ 4. Некоторые факты из комбинаторики и теории вероятностей

Слово «событие» в быту применяют к значительным явлениям, а в математике – ко всем возможным исходам рассматриваемой ситуации. Так, в случае бросания игральной кости событие – это выпадение той или иной грани. *События* будем обозначать большими латинскими буквами: например, появление 6 при бросании кости – через A, одного из чисел от 4 до 6 – через B, одного из чисел от 1 до 5 – через C. *Вероятность произвольного события* X будем обозначать через $P\{X\}$.

Впервые вероятности случайных событий в азартных играх вычислили в XVII веке французские математики Блез Паскаль и Пьер Ферма. Они подсчитывали число шансов события из общего возможного числа равновероятных исходов. Проследим за их рассуждениями.

Исход какого-либо испытания, опыта или игры, выражающийся в событии A, назовём шансом события A. На пример при бросании игральной кости возможны шесть равновероятных исходов $A_1, \ldots, A_6$ – выпадение 1, 2… 6 очков. Пусть событие A означает выпадение чётного числа очков, т.е. 2,4 или 6. В этом случае $P\{A\}=3/6=1/2$, т.е. *вероятность* $P\{A\}$ равна отношению числу шансов события A к общему числу равновероятных исходов. Такое определение называется *классическим определением вероятности:* если при каких-либо условиях имеются r равновероятных исходов и s из них приводят к событию A, то вероятность $P\{A\}$ события A равна отношению s/r. [5]

Рассмотрим случайный эксперимент из нескольких действий, производимых одновременно или друг за другом (такие эксперименты называют *многоэтапными*).
Например:

а) одновременно бросают две монеты;

б) два раза бросают одну и ту же монету;

в) друг за другом из колоды вынимают две карты, не возвращая карты обратно (*«выбор без возвращения»*);

г) друг за другом из колоды вынимают две карты, возвращая карту обратно (*«выбор с возвращением»*).

Правило умножения: если первое действие в эксперименте можно выполнить a способами, после чего второе действие – b способами, после чего третье действие c способами и т.д., то общее число исходов всего эксперимента будет:

$$n = a \cdot b \cdot c \cdot \ldots$$

Например, в рассмотренных экспериментах:

а) одновременно бросают две монеты: $n = 2 \cdot 2 = 4$

б) два раза бросают одну и ту же монету: $n = 2 \cdot 2 = 4$

в) друг за другом из колоды вынимают две карты, не возвращая карту обратно (*«выбор без возвращения»*): $n = 35 \cdot 36 = 1260$

г) друг за другом из колоды вынимают две карты, возвращая карту обратно (*«выбор с возвращением»*): $n = 36 \cdot 36 = 1296$

Если есть n предметов, то число способов, которыми можно выбрать ровно k из них, называется числом сочетаний из n по k и обозначается (це из эн по ка).

Умение находить число сочетаний по формуле $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ позволяет проще решать многие известные задачи.

Факториалом натурального числа n называется произведение всех натуральных чисел от 1 до n. Обозначается факториал n!

Итак, $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$

Пример: В группе 5 человек: Ваня, Саша, Таня, Миша, Коля. По жребию двое из них выбраны дежурными. Найти вероятность того, что это Ваня и Таня.
Решение: Число элементарных событий в этом опыте равно числу сочетаний из 5 по 2. Все эти элементарные события равновозможны. Событию *A* «дежурят Ваня и Таня» благоприятствует только одно элементарное событие. Поэтому $P(A) = \frac{1}{C_5^2} = \frac{1}{\frac{5!}{2!\cdot 3!}} = \frac{2\cdot 3!}{3!\cdot 4\cdot 5} = \frac{1}{10} = 0{,}1.$ [2]

§ 5. О возможности гарантированного выигрыша в партии

Допустим, играют в домино четверо: *А* и *Б* против *В* и *Г*. Кости перед началом игры поделены поровну, то есть каждый игрок имеет по 7 костей. Попробуем выяснить, от чего зависит выигрыш в партии?

Конечно, он в какой-то мере зависит от искусства игроков, но возможны и такие случаи первоначального распределения костей между двумя парами играющих, когда первая пара обязательно выиграет в том смысле, что один из игроков этой пары раньше других выложит все кости.

Пусть, например, *А* имеет такие кости: 1:0, 1:1, 1:2, 1:3, 0:4, 0:5, 0:6, а *Г* имеет остальные кости с нулями и единицами, то есть такие: 0:0, 0:2, 0:3, 1:4, 1:5, 1:6 и ещё какую-либо кость.

Остальные кости принадлежат игрокам *Б* и *В*, безразлично кому какие.

В этом случае вся игра сведётся к поединку между *А* и *Г,* а два остальных, *Б* и *В*, даже не смогут положить ни одной кости!

Игрок *А* начинает и ставит: 1-1; у *Б* и *В* нет подходящей кости; *Г* может положить любую из трёх костей: 1-4,1-5 или 1-6. После этого *А* должен положить 4-0, или 5-0, или 6-0. *Б* и *В* снова «пасуют», так как у них нет ни «1», ни «0». *Г* может поставить любую кость из оставшихся, но у *А* всегда есть такой ответ, который создаёт на концах цепочки или нуль, или один.

В конце концов *А* выложит все кости, *Б* и *В* не положат ни одной, а у *Г* останется одна. Партию выиграла пара *А* и *Б*.

При первоначальном распределении между игроками костей домино комбинации из нулей и единиц могут быть заменены соответствующими комбинациями чисел 2, 3, 4, 5 и 6.

Легко сообразить, что число всех партий, аналогичных разобранной, равно числу всех простых сочетаний из семи элементов по 2, то есть число таких партий равно 21. Вероятность получить случайно одну из таких партий весьма мала.

В приведенном примере партия продолжалась до тех пор, пока не кончились кости у одного из партнеров. Но бывает и так, что после нескольких ходов игра замыкается, так как ни у одного из игроков нет подходящей кости. В этом случае выигравшей считается та пара игроков, у которой сумма очков на оставшихся костях оказалась меньшей. [4]

ГЛАВА 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Эксперимент № 1. Поисковый.

В этом эксперименте была проведена серия игр по правилам традиционного домино. В игре участвовало два человека.

Цель этого опыта – выявить некоторые закономерности в игре домино, а именно попытаться понять: каков возможен максимальный проигрыш в одной игре, какой может быть стратегия игры для достижения наилучшего результата.

В таблице использованы следующие обозначения:

* (означает, кто первый ходит),

\- (означает пропуск хода).

Таблица 1

№	1-ый игрок	2-ой игрок	Счёт		№	1-ый игрок	2-ой игрок	Счёт	
			1	2				1	2
1.	4:4* 4:3 0:0 1:1 5:1 5:6 1:2 3:3 0:4 6:1 2:4	4:5 3:0 0:1 1:3 3:5 6:3 2:0 3:2 4:6 2:2	13	-	8.	6:3 0:0 5:5 2:0 2:4 5:6 6:1 1:4 4:4 4:3 3:1	6:6 3:0 0:5 5:2 6:2 4:5 0:6 1:1 6:4 4:0 1:5	21	-
2.	5:5* 5:3 3:3 4:4 2:5 6:3 2:1 1:0 0:5 1:3 3:0 2:2 6:5	5:4 4:2 3:4 4:0 6:0 3:2 1:1 0:0 5:1 - 0:2 2:6	24	-	9.	4:4* 5:6 4:6 2:1 1:5 4:3 2:4 4:0 0:1 2:0 0:6 5:5	4:5 6:2 6:1 1:4 5:2 3:2 2:2 0:0 1:1 1:3 5:3 -		35
3.	6:0 2:2 3:0 2:5	6:6* 6:2 2:3 2:3	-	-	10	6:0 5:2 2:2 3:0	6:6* 6:5 0:2 2:3	2	

	4:0 0:1 1:3 6:3 3:4 3:5 4:4 5:1 6:1 4:2	0:2 5:4 0:5 1:1 3:3 5:5 1:4 1:2				0:4 1:6 4:5 6:3 5:1 0:5 - 1:2 4:4 4:3	2:6 4:1 6:4 5:5 3:3 1:0 5:3 3:1 2:4 -		
4.	6:5 2:3 3:1 1:1 4:4 6:1 1:5 5:4 0:5 1:0 0:2 - - -	6:6* 5:2 6:3 3:3 3:4 4:6 - 5:5 4:0 5:3 0:0 2:6 3:0 6:0	-	18	11.	0:0* 1:4 0:6 3:6 6:6 4:4 1:5 3:3 4:2 2:6 1:2 3:0 0:5	0:1 4:3 6:5 5:4 6:1 1:1 5:3 3:1 2:2 6:4 2:3 4:0 -		19
5.	5:0 2:3 3:4 4:0 1:1 5:3 3:0 6:1 0:0 6:4 4:5 6:5 4:1 5:1	5:5* 0:2 3:3 4:4 0:1 1:2 2:2 2:6 1:3 3:6 0:6 5:2 2:4	12	-	12.	6:6* 2:2 3:5 1:6 5:5 4:0 1:2 2:3 3:0 0:2 - 4:1 -	6:2 6:3 5:1 2:5 5:4 0:1 6:4 4:4 4:3 3:3 2:4 3:1 1:1		22
6.	0:5 0:2 2:5 5:4 2:1 4:3 3:5	0:0* 6:5 2:2 6:2 4:2 1:4 3:3	8	-	13.	4:6 0:3 1:5 1:4 0:2 4:3 3:3	4:4* 4:0 3:1 6:1 5:0 2:1 1:0	10	

	2:3 1:1 0:3 3:6 6:1 3:1	5:5 5:1 1:0 6:6 -				6:3 2:2 4:5 5:2 3:5 -	0:6 3:2 2:4 5:5 2:6 6:5		
7.	3:3* 3:1 4:6 2:3 4:0 0:6 5:2 2:0 1:6	3:6 1:4 6:2 3:4 0:0 6:5 2:2 0:1 6:6	60						

Важное наблюдение. Есть два конца. Если противник не ставит кость к одному из них, можно предположить, что он либо не имеет кости с таким значением, либо сделал это специально.

Проведя этот опыт, и зафиксировав данные, мы видим, что наименьший проигрыш равен двум очкам, а наибольший шестидесяти.

Попробуем проанализировать, может быть проигрыш за один круг при игре вдвоём получиться больше, чем в нашем опыте.

Всего 28 доминошек, общая сумма очков – 168. Берём с базара в открытую по 7 доминошек.

Попробуем сконструировать самую плохую игру:

1-ый берёт доминошки с самой маленькой суммой очков,

2-ой – доминошки с самой большой суммой очков

Таблица 2

1	2
0:0	5:3(б)
0:3	4:3(б)
0:2	3:3(б)
2:2	6:2(б)
1:2	5:2(б)
1:1	4:2(б)
	3:2(б)
	1:3(б)ставит
	0:4(б)ставит
	2:3
	3:3

Итак, второй игрок набирает 99 очков. На базаре остаётся: 0:6, 5:1, 5:0, 6:1, 1:4.

Аналогичным образом можно получить и другие достаточно большие суммы очков:

Рис. 5

Таблица 3

1	2
1:1	4:4 б
0:1	3:3 б
1:2	6:1 б
0:0	5:1 б
0:2	6:2 б
0:3	3:3 б

Второй игрок набирает: $7\cdot 6+5\cdot 5+4\cdot 4+3+2+2=42+25+16+7=90$ очков.

Эксперимент №2. Вероятность выпадения заданного количества дублей при извлечении 5 доминошек с базара первым игроком

Когда проводился первый эксперимент, мы заметили, что при раздаче человек, чаще всего, получал один или два дубля. Цель данного эксперимента, установить, насколько это случайно.

Проведём серию опытов и подсчитаем, какова вероятность вытащить определённое количество дублей при раздаче.

Будем вытаскивать по 5 штук. Перемешиваем доминошки (перевёрнутые), вытаскиваем 5 штук, записываем, какие доминошки вытащили. Повторим эти действия 50 раз. То есть будет 50 записей типа: 5:3, 6:1, 0:4, 2:2, 1:2. Красным шрифтом будем обозначать дубли.

Таблица 4

№	Результаты					Количество дублей в опыте
1.	0:0	2:2	1:3	5:3	1:2	2
2.	0:0	5:5	4:1	5:4	1:5	2
3.	1:1	4:1	1:6	6:5	5:4	1
4.	5:5	0:2	4:0	6:3	5:4	1
5.	6:1	6:2	2:4	3:1	1:2	0
6.	0:0	6:6	4:3	6:1	1:2	2
7.	4:4	3:3	1:5	3:6	5:4	2
8.	2:2	5:5	5:4	6:1	3:1	2
9.	4:4	5:6	0:2	0:5	4:3	1
10.	4:3	5:3	1:5	4:0	2:5	0
11.	6:6	3:3	5:3	1:2	3:6	2
12.	0:0	1:1	3:2	0:6	0:3	2
13.	4:4	4:1	2:5	4:6	6:5	1
14.	2:2	6:6	0:5	0:2	5:4	2
15.	0:0	3:3	1:2	6:0	3:6	2
16.	5:5	6:1	3:1	4:1	1:0	1
17.	1:5	4:3	2:4	5:4	2:6	0
18.	2:2	6:6	5:6	3:2	0:6	2
19.	0:2	6:0	0:4	5:2	1:3	0
20.	3:3	5:1	5:2	3:5	6:0	1
21.	0:0	2:1	4:5	4:6	5:6	1
22.	4:4	2:6	4:1	6:1	0:3	1
23.	5:0	6:4	3:5	2:0	1:3	0
24.	4:6	3:1	5:0	0:2	5:3	0
25.	0:0	4:2	2:1	5:4	0:2	1
26.	0:0	3:3	5:0	5:1	4:3	2
27.	5:5	6:6	1:4	4:5	3:1	2
28.	5:5	3:1	6:2	3:2	5:3	1
29.	3:3	6:6	4:2	5:4	0:4	2
30.	2:2	3:3	6:3	0:1	3:4	2
31.	4:4	3:0	1:5	3:1	6:0	1
32.	1:6	5:6	2:5	6:0	0:2	0
33.	2:2	5:4	2:4	1:3	2:3	1
34.	5:5	5:3	0:2	5:4	2:3	1
35.	3:3	6:6	5:6	2:5	5:0	2
36.	3:3	4:5	2:1	5:6	3:1	1
37.	1:1	2:2	2:6	5:6	0:6	2
38.	0:0	1:1	5:5	0:5	5:6	3
39.	3:3	5:3	1:4	4:5	1:0	1

40.	1:1	5:5	0:2	1:5	6:5	2
41.	1:1	2:2	4:3	0:1	1:4	2
42.	1:1	3:3	0:4	2:5	6:5	2
43.	1:1	6:6	5:1	4:1	4:2	2
44.	0:0	4:4	1:3	0:5	2:1	2
45.	3:3	4:4	1:5	4:5	4:3	2
46.	3:3	6:2	4:5	0:5	0:6	1
47.	4:3	3:5	1:3	2:5	5:4	0
48.	4:0	1:2	4:5	3:0	1:0	0
49.	0:0	0:4	1:4	0:1	3:5	1
50.	1:1	1:5	0:6	1:2	0:5	1

В результате этих опытов я 9 раз не получил ни одного дубля (№ 1 на диаграмме), 18 раз – получил 1 дубль (№ 2 на диаграмме), 22 раза – 2 дубля (№ 3 на диаграмме), 1 раз – 3 дубля (№ 4 на диаграмме) и ни разу не получил 4 или 5 дублей.

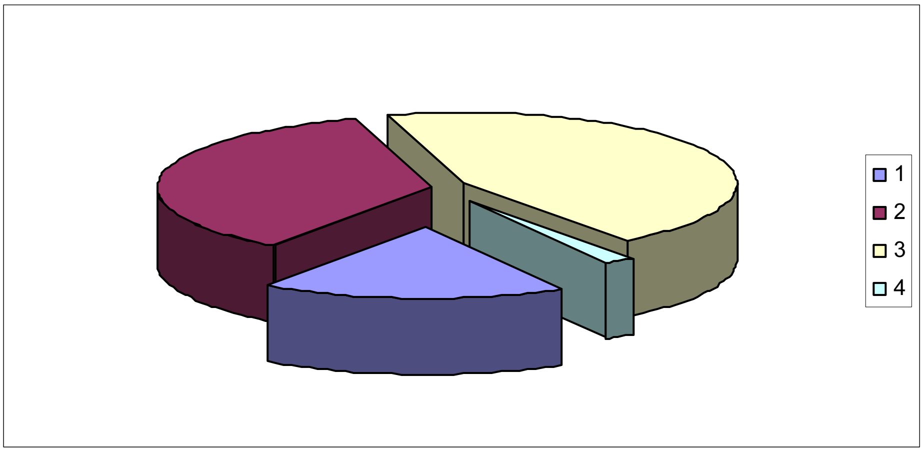


Рис. 6

Очевидно, что если бы я вытаскивал дубли с базара в открытую, я мог бы получить, например, 5 дублей, причём даже не одним способом: 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5 или 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6. Возникает предположение, что шансы вытащить от 0 до 5 дублей при раздаче существуют, но они не одинаковы.

Я рассчитал, какова вероятность вытаскивания 0, 1 и т.д. дублей среди пяти, получаемых игроком с базара. Рассмотрим, например, случай для 2-х дублей.

Вытащить мы должны 5 доминошек, причём две из них – дубли, а всего дублей 7. Существует C_7^2, или 21, способ это сделать. Оставшиеся 3 доминошки не должны быть дублями, то есть мы их берём среди оставшейся 21. Чтобы это сделать существует C_{21}^3, или 1330 способов. Применяем известное правило произведения: получаем $21 \cdot 1330 = 27930$ способов. Получившееся число будет, согласно классическому определению вероятности, числителем дроби. Посчитаем теперь знаменатель дроби – число способов вытаскивания любых 5 доминошек из 28. Таких способов C_{28}^5, то есть 98280. Таким образом, получаем, что вероятность приближённо равна 0,2842. В нашем эксперименте получилось, что в 22 случаях из 50 мы вытащили по 2 дубля, то есть вероятность их вытаскивания 0,44.

Результаты, полученные для остальных ситуаций, размещены в таблице 5. Небольшое расхождение в результатах между экспериментальными данными и теоретическими расчётами объясняется тем, что опытов было проведено недостаточно много. Однако в результате опыта мы можем сделать 2 важных вывода:

1) более частое появление 1 и 2 дублей характерно для этой игры;
2) для того чтобы это доказать, не обязательно проводить большое количество опытов – можно воспользоваться классическим определением вероятности.

Таблица 5

Случай	Вероятность, определённая экспериментально	Вероятность, вычисленная по формуле
0 дублей из 5	0,1800	0,2071
1 дублей из 5	0,3600	0,4263
2 дублей из 5	0,4400	0,2842
3 дублей из 5	0,0200	0,0748
4 дублей из 5	0,0000	0,0075
5 дублей из 5	0,0000	0,0002

Эксперимент №3. Вероятность выпадения заданного количества дублей при извлечении 7 доминошек с базара первым игроком

Этот эксперимент аналогичен предыдущему, но здесь мы будем вытаскивать по 7 доминошек с базара.

Таблица 6

№	Результаты							Количество дублей в опыте
1.	6:6	2:2	0:0	1:4	3:1	5:1	2:3	3
2.	2:2	5:4	3:1	4:2	4:0	0:2	0:5	1
3.	5:4	0:3	4:2	0:6	6:2	3:2	3:1	0
4.	0:0	1:1	4:4	6:4	0:2	5:6	5:2	3
5.	4:4	5:5	1:1	0:6	1:4	5:1	3:1	3
6.	1:1	5:5	0:0	6:1	5:2	5:0	6:0	3
7.	0:0	6:0	5:1	0:5	2:4	0:2	4:3	1
8.	6:6	3:3	4:6	0:4	5:1	3:2	0:3	2
9.	3:3	6:6	2:4	1:3	2:6	0:1	3:6	2
10.	4:4	3:3	5:5	1:2	3:0	0:5	2:3	3
11.	0:0	6:6	1:5	1:3	3:2	1:6	0:3	2
12.	0:0	2:6	0:6	1:6	6:4	5:0	0:4	1
13.	0:0	2:2	6:6	2:6	0:6	5:4	3:4	3
14.	3:3	4:4	2:1	6:4	3:4	4:6	5:2	2
15.	6:6	1:1	4:5	5:6	5:0	2:5	6:4	2

16.	1:1	2:2	6:6	5:3	5;1	2:1	3:2	3
17.	4:4	1:1	5:4	0:6	6:1	5:3	1:3	2
18.	1:2	2:0	4:6	6:2	0:5	6:1	2:3	0
19.	6:6	6:0	1:0	2:4	4:3	5:6	3:6	1
20.	1:6	4:6	5:1	2:5	4:3	2:0	5:4	0
21.	4:4	5:5	4:0	1:0	2:0	3:0	4:6	2
22.	2:2	5:5	1:6	6:4	2:3	4:2	5:2	2
23.	0:0	1:1	6:6	1:0	2:0	3:0	2:6	3
24.	5:2	4:0	1:0	2:1	3:1	5:0	4:2	0
25.	0:0	1:1	4:4	2:6	3:4	3:2	3:0	3
26.	6:6	1:1	0:2	0:4	1:3	3:5	1:2	2
27.	1:1	3:3	3:4	0:1	2:4	5:3	6:2	2
28.	1:1	4:4	3:4	5:1	0:2	5:3	3:6	2
29.	1:1	1:3	4:0	4:5	6:3	3:4	0:4	1
30.	2:2	3:3	4:4	3:6	0:6	1:6	1:4	3
31.	0:0	3:3	4:4	6:6	4:6	1:3	4:5	4
32.	4:4	3:1	1:5	0:2	5:3	3:2	1:6	1
33.	1:1	5:5	4:5	3:2	5:3	1:3	0:6	2
34.	4:4	2:2	6:1	0:3	2:3	2:0	4:0	2
35.	1:1	6:6	4:6	1:6	0:6	5:4	3:6	2
36.	3:3	3:1	3:6	4:6	0:1	0:4	3:4	1
37.	5:5	4:4	0:2	3:5	0:5	1:2	6:3	2
38.	0:0	6:6	3:4	0:5	3:5	5:4	3:1	2
39.	5:3	2:1	6:5	4:6	6:3	4:0	3:1	0
40.	5:6	6:0	2:4	5:3	3:4	5:4	6:3	0
41.	4:4	1:0	2:5	3:0	2:0	3:2	5:3	1
42.	0:5	2:1	5:2	1:3	6:1	2:4	4:6	0
43.	0:0	5:5	2:5	1:4	5:1	6:5	3:4	2
44.	6:6	4:4	3:2	2:0	5:3	6:3	6:4	2
45.	2:2	5:5	3:2	6:5	3:5	4:5	4:2	2
46.	5:5	0:4	6:5	6:1	6:4	0:2	2:1	1
47.	0:0	1:1	2:2	6:1	4:0	3:0	3:1	3
48.	3:3	5:5	3:0	6:2	5:4	0:5	6:4	2
49.	0:0	6:6	5:1	5:3	3:0	5:2	2:1	2
50.	0:0	3:3	3:0	0:2	6:0	4:0	3:4	2

Вывод: Чаще всего выпадало два-три дубля. Это было также проверено это с математической точки зрения (см. приложение).

Исходя из посчитанного, можно понять, что проводить столько опытов не обязательно, а можно всё просто просчитать математически (с помощью теории вероятностей).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе работы были изучены правила игры в домино и некоторые ее особенности, рассмотрены основные факты из теории вероятностей, позволяющие простейшими методами рассчитывать вероятность случайного события.

В результате исследования получены следующие *выводы*.

1. Существует множество правил игры в домино.
2. Существуют математические закономерности, знание которых помогает выиграть в игре домино.
3. Оценить вероятность некоторого случайного события можно после проведения серии опытов или в результате расчётов по правилам теории вероятностей. При этом практические и теоретические результаты практически совпадают с увеличением числа проведённых опытов.
4. С помощью теории вероятностей можно решить многие практические задачи.
5. Зная вероятность события, мы можем предсказать, насколько часто оно будет происходить в жизни. В нашем случае, такие знания помогают выиграть.
6. Полученные знания основ теории вероятностей понадобятся при изучении математики в старших классах.

Моё исследование можно продолжить, рассматривая закономерности других событий, отличных от игры в «Домино», которые тоже происходят по воле случая.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авилов Н. Доминошные головоломки. // Математика. – № 22. – 2007. – с. 34-38, 48.
2. Бунимович Е. А. Основы статистики и вероятность. 5-9 класс. Пособие для общеобразовательных учреждений. – М.: Дрофа, 2004. – 288 с.
3. Википедия, статьи «Домино», «Комбинаторика» [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://ru.wikipedia.org
4. Кордемский Б.А. Смекалка математическая. – М.: гос. издательство технико-теоретической литературы, 1957. – 575 с.
5. Тюрин Ю.Н. Теория вероятности и статистика. – М.: МЦНМО, «Московские учебники», 2004. – 256 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Расчёт вероятностей выпадения заданного количества дублей (при извлечении 5 из 28) с помощью классического определения

1. $P(A_0)=\dfrac{C_7^0\cdot C_{21}^5}{C_{28}^5}=\dfrac{20349}{98280}\approx 0{,}2071;$

$C_{28}^5=\dfrac{28!}{5!(28-5)!}=\dfrac{28!}{5!23!}=\dfrac{23!\cdot 24\cdot 25\cdot 26\cdot 27\cdot 28}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 23!}=65\cdot 26\cdot 9\cdot 14=98280;\quad C_7^0=\dfrac{7!}{0!\cdot(7-0)!}=1;$

$C_{21}^5=\dfrac{21!}{5!(21-5)!}=\dfrac{21!}{5!\cdot 16!}=\dfrac{16!\cdot 17\cdot 18\cdot 19\cdot 20\cdot 21}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 16!}=17\cdot 3\cdot 19\cdot 21=20349;$

2. $P(A_1)=\dfrac{C_7^1\cdot C_{21}^4}{C_{28}^5}=\dfrac{41895}{98280}\approx 0{,}4263;$

$C_{21}^4=\dfrac{21!}{4!\cdot(21-4)!}=\dfrac{21!}{4!\cdot 17!}=\dfrac{17!\cdot 18\cdot 19\cdot 20\cdot 21}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 17!}=15\cdot 19\cdot 21=5985;\quad C_7^1=\dfrac{7!}{1!(7-1)!}=\dfrac{7!}{1\cdot 6!}=7;$

$C_{21}^4=\dfrac{21!}{4!\cdot(21-4)!}=\dfrac{21!}{4!\cdot 17!}=\dfrac{17!\cdot 18\cdot 19\cdot 20\cdot 21}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 17!}=15\cdot 19\cdot 21=5985;$

3. $P(A_2)=\dfrac{C_7^2\cdot C_{21}^3}{C_{28}^5}=\dfrac{21\cdot 1330}{98280}\approx 0{,}2842;$

$C_7^2=\dfrac{7!}{2!(7-2)!}=\dfrac{7!}{2!\cdot 5!}=\dfrac{5!\cdot 6\cdot 7}{1\cdot 2\cdot 5!}=21;\quad C_{21}^3=\dfrac{21!}{3!(21-3)!}=\dfrac{21!}{3!\cdot 18!}=\dfrac{18!\cdot 19\cdot 20\cdot 21}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 18!}=19\cdot 10\cdot 7=1330;$

4. $P(A_3)=\dfrac{C_7^3\cdot C_{21}^2}{C_{28}^5}=\dfrac{7350}{98280}\approx 0{,}0748;$

$C_7^3=\dfrac{7!}{3!(7-3)!}=\dfrac{4!\cdot 5\cdot 6\cdot 7}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4!}=35;\quad C_{21}^2=\dfrac{21!}{2!(21-2)!}=\dfrac{19!\cdot 20\cdot 21}{1\cdot 2\cdot 19!}=210;$

5. $P(A_4)=\dfrac{C_7^4\cdot C_{21}^1}{C_{28}^5}=\dfrac{35\cdot 21}{98280}\approx 0{,}0075;$

$C_7^4=\dfrac{7!}{4!(7-4)!}=\dfrac{7!}{4!\cdot 3!}=35;\quad C_{21}^1=\dfrac{21!}{1!(21-1)!}=\dfrac{21!}{1!\cdot 20!}=21;$

6. $P(A_5)=\dfrac{C_7^5\cdot C_{21}^1}{C_{28}^5}=\dfrac{21}{98280}\approx 0{,}0002;$

$C_7^5=\dfrac{7!}{5!(7-5)}=\dfrac{7!}{5!\cdot 2!}=21;\quad C_{21}^0=\dfrac{21!}{0!(21-0)!}=\dfrac{21!}{1\cdot 21!}=1.$

Расчёт вероятностей выпадения заданного количества дублей (при извлечении 7 из 28) с помощью классического определения

1. $P(A_0) = \dfrac{C_7^0 \cdot C_{21}^7}{C_{28}^7} = \dfrac{116280}{1184040} \approx 0,9;$

$C_{28}^7 = \dfrac{28!}{7!(28-7)!} = 11 \cdot 23 \cdot 5 \cdot 26 \cdot 9 \cdot 4 = 184040; \quad C_7^0 = \dfrac{7!}{0!(7-0)!} = 1$

$C_{21}^7 = \dfrac{21!}{7!(21-7)!} = \dfrac{21!}{7! \cdot 14!} = 15 \cdot 8 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 3 = 116280;$

2. $P(A_1) = \dfrac{C_7^1 \cdot C_{21}^6}{C_{28}^7} = \dfrac{379848}{1184040} \approx 0,3$

$C_7^1 = \dfrac{7!}{1!(7-1)!} = \dfrac{6! \cdot 7}{1 \cdot 6!} = 7; \quad C_{21}^6 = \dfrac{21!}{6!(21-6)!} = \dfrac{21!}{6! \cdot 15!} = 2 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 4 \cdot 21 = 54264;$

3. $P(A_2) = \dfrac{C_7^2 \cdot C_{21}^5}{C_{28}^7} = \dfrac{30349}{1184040} \approx 0,01;$

$C_7^2 = \dfrac{7!}{2!(7-2)!} = \dfrac{5! \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 5!} = 21; \quad C_{21}^5 = \dfrac{21!}{5!(21-5)!} = \dfrac{21!}{5! \cdot 16!} = 17 \cdot 3 \cdot 21 \cdot 19 = 20349;$

4. $P(A_3) = \dfrac{C_7^3 \cdot C_{21}^4}{C_{28}^7} = \dfrac{209475}{1184040} \approx 0,2;$

$C_7^3 = \dfrac{7!}{3!(7-3!)} = \dfrac{7!}{3! \cdot 4!} = 35; \quad C_{21}^4 = \dfrac{21!}{4!(21-4)!} = \dfrac{21!}{4! \cdot 17!} = 5985;$

5. $P(A_4) = \dfrac{C_7^4 \cdot C_{21}^3}{C_{28}^7} = \dfrac{46550}{1184040} \approx 0,04;$

$C_7^4 = \dfrac{7!}{4!(7-4)!} = \dfrac{7!}{4! \cdot 3!} = 35; \quad C_{21}^3 = \dfrac{21!}{3!(21-3)!} = \dfrac{21!}{3! \cdot 18!} = 1330;$

6. $P(A_5) = \dfrac{C_7^5 \cdot C_{21}^2}{C_{28}^7} = \dfrac{4410}{1184040} \approx 0,004;$

$C_7^5 = \dfrac{7!}{5!(7-5)!} = \dfrac{7!}{5! \cdot 2!} = 21; \quad C_{21}^2 = \dfrac{21!}{2!(21-2)!} = \dfrac{21!}{2! \cdot 19!} = 210;$

7. $P(A_6) = \dfrac{C_7^6 \cdot C_{21}^1}{C_{28}^7} = \dfrac{140}{1184040} \approx 0,0001;$

$C_7^6 = \dfrac{7!}{6!(7-6)!} = \dfrac{7!}{6! \cdot 1} = 7; \quad C_{21}^1 = \dfrac{21!}{(21-1)} = \dfrac{21!}{20!} = 21;$

8. $P(A_7) = \dfrac{C_7^7 \cdot C_{21}^0}{C_{28}^7} = \dfrac{1}{1184040} \approx 0,0000008;$

$C_7^7 = \dfrac{7!}{7!} = 1; \quad C_{21}^0 = \dfrac{21!}{21!} = 1.$