

Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа № 43» г. Воркуты

Таинственный лист Мёбиуса

Работу выполнил
Бендас Данил, 6 класс

Воркута
2013

Цель:

Раскрытие тайны листа (ленты) Мёбиуса.

Задачи:

1. Изучить и проанализировать источники и литературу по данной теме.
2. Познакомиться с историей открытия листа Мёбиуса и науки топологии.
3. Исследовать экспериментальным путём свойства листа Мёбиуса.
4. Узнать, где используются и применяются таинственный лист.

Методы:

1. Наблюдение.
2. Анализ.
3. Синтез.
4. Эксперимент.
5. Сравнение.
6. Опрос.

Содержание

1. Введение.....	2
2. Историческая справка	3
3. Топология	3
4. Лист Мёбиуса	4
5. Эксперименты с листом Мебиуса.....	5
6. Топологические свойства листа Мёбиуса	9
7. Применение и использование листа Мёбиуса.....	10
8. Выводы.....	13
9. Интернет- ресурсы и список использованной литературы.....	14

1. Введение

Лист Мёбиуса! Правда, звучит загадочно. В первый раз я узнал о листе Мёбиуса на уроках математики. Меня очень заинтересовала эта тема. Я стал изучать литературу, затем изготовил лист Мёбиуса, а потом стал проводить эксперименты, изучая его необыкновенные свойства. Лист Мёбиуса ещё называют лентой.

Лист Мёбиуса открыли ещё в XIX веке, но он не теряет своей значимости и в XX веке, и в XXI. Удивительные свойства листа Мёбиуса используются в математике, технике, физике, живописи и архитектуре, в оформлении ювелирных изделий и бижутерии, в кулинарии.

А лента Мёбиуса – простая бумажная лента, повёрнутая одним концом на пол-оборота (то есть 180^0 градусов) и склеенная с его другим концом. Миллионы людей даже не подозревают, что они каждый день используют ленту Мёбиуса.

2. Историческая справка

Таинственный лист Мёбиуса придумал в 1858 году немецкий геометр Август Фердинанд Мёбиус (1790-1868). Легенда гласит, что открыть свой “лист” Мёбиусу помогла служанка, случайно сшившая неправильно концы длинной ленты. Результаты его были опубликованы только через семь лет.

Иоганн Бенедикт Листинг, профессор Геттингенского университета, в это же самое время открыл свой «лист». Свою работу он опубликовал на три года раньше, чем Мёбиус, - в 1862 году.

Фердинанд Мёбиус родился в городе Шульпфорте. Август Фердинанд Мёбиус – был одним из крупнейших геометров своего времени, астрономом, директором Плейсенбургской обсерватории(1818), профессором Лейпцигского университета (1816), одним из основоположников теории геометрических преобразований, а также топологии.

Он получил важные результаты в теории чисел (функция Мёбиуса), впервые ввёл проективную геометрию, систему координат и аналитические методы исследования; установил существование односторонних поверхностей (листов Мёбиуса), многогранников, для которых неприменим «закон рёбер» и которые не имеют объёма.

3. Топология

С того момента, как немецкий математик Фердинанд Мёбиус обнаружил существование удивительного одностороннего листа бумаги, начала развиваться новая ветвь математики, называемая топологией. Одну топологию, родоначальником которой был Пуанкаре, долгое время называли комбинаторной.

За другой, у истоков которой стоял немецкий учёный Георг Кантор, закрепилось название общей или теоретико-множественной.

Комбинаторная топология – раздел геометрии.

Топология (греч. «топос» - место, местность + логия) является одним из

самых «молодых» разделов современной геометрии, в котором изучаются свойства таких фигур, которые не меняются, если их гнуть, растягивать, сжимать, но не склеивать и не рвать, т. е. не изменяются при деформациях. Примером топологических объектов являются: буквы И и Н, тонкие длинные воздушные шары.

Комбинаторная топология изучает свойства геометрических фигур, остающиеся неизменными при взаимно однозначных и непрерывных отображениях. Долгое время топология воспринималась как наука, далёкая от жизни, призванная лишь «прославлять человеческий разум». Но в наше время выяснилось, что она имеет самое непосредственное отношение к объяснению устройства мироздания.

Общая топология примыкает к теории множеств и лежит в основании математики. Это аксиоматическая теория, призванная исследовать такие понятия, как «предел», «сходимость», «непрерывность» и т. п. Основы аксиоматики топологического пространства были заложены Феликсом Хаусдорфом и завершены российским математиком Павлом Сергеевичем Александровым.

4. Лист Мёбиуса

Лист Мёбиуса относится к числу (математических неожиданностей). Чтобы изготовить лист Мёбиуса, возьмём прямоугольную полосу, перекрутим её на 180 градусов и склеим противоположные стороны. Все очень просто!

Полоска должна быть узкой и длинной, с возможно большим отношением длины к ширине. Из квадратного листа ленты Мёбиуса не сделаешь. Это верно, но нельзя недооценивать тот факт, что ограничения на размер имеют значения в том случае, когда бумагу запрещается мять. Если же мять бумагу не запрещается, то лист Мёбиуса можно склеить не только из

квадрата, но из прямоугольника любых размеров – склеиваемые стороны могут быть даже во сколько угодно раз длиннее не склеиваемых.

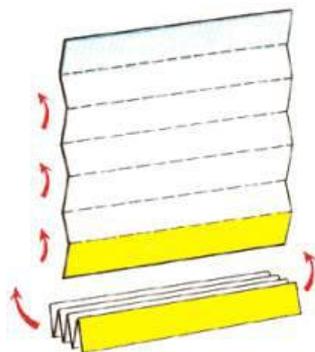


Рис. 1

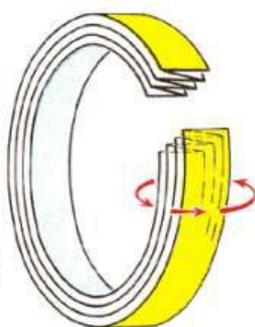


Рис. 2

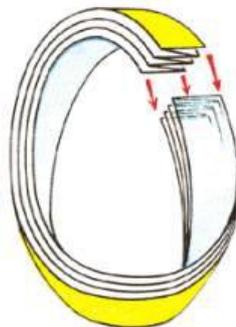


Рис. 3

Сделать это можно так. Сложим прямоугольный лист в гармошку, перегнув его чётное количество раз. Затем из этой гармошки, как из толстой бумажной полоски, склеим лист Мёбиуса, вставляя соответствующие части гармошки друг в друга. Из рисунка 1 видно, что лист бумаги, из которого склеен лист Мёбиуса, оказался смятым.

Предположим теперь, что бумажную полоску можно изгибать, но не мять. Примем ширину полоски за единицу. Ясно, что чем длиннее полоска, тем легче склеить из неё лист Мёбиуса. Таким образом, существует число λ , что из полоски длины больше λ , лист Мёбиуса склеить можно, а из полоски длины меньше λ – нельзя (что будет для полоски, длина которой в точности равна λ , нас не интересует). Очень хотелось бы найти это λ .

Удивительно, но решение этой задачи до сих пор не известно, но ученые нашли ограничения на число λ

$$1,57(\pi/2 = 90^\circ) < \lambda < 1,73\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

5. Эксперименты с листом Мебиуса

У каждого из нас есть интуитивное представление о том, что такое «поверхность». Поверхность листа, поверхность стен, поверхность земного шара известны всем. Может ли быть что -нибудь таинственное в таком

обычном понятии? Да, может, примером является лист Мёбиуса. Чтобы изучить его свойства, я провел эксперименты, а затем предложил провести их с учениками.



I



Результаты опроса до проведения эксперимента

Вопрос	Ответы		
	0	1	2
1. Сколько сторон у листа Мёбиуса?	-	10%	90%
2. Сколько получится листов Мёбиуса при однократном разрезании?	-	22%	78%
3. Сколько получится листов Мёбиуса при двукратном разрезании?	1 9%	2 28%	3 63%
4. Сколько получится листов Мёбиуса при однократном разрезании листа и кольца находящегося в нём?	2 44%	3 20%	4 36%

Проведение экспериментов с листом Мёбиуса

	Эксперимент	Выводы	
Эксперименты с поверхностью листа			
1.	Красил лист Мёбиуса, не переходя за границы	Лист Мёбиуса закрасился полностью	Одна поверхность
2.	Изготовил из бумаги	Паук не смог добраться до	Две

	паука и муху, отправил их по обыкновенному кольцу. Нельзя переползть через границы	мухи.	поверхности
3.	Отправил паука и муху по листу Мёбиуса. Нельзя переползть через границу	Паук догонит муху.	Одна поверхность
Эксперименты с разрезанием Листа Мёбиуса			
4.	Простое кольцо надо разрезать по середине вдоль.	Получил два простых кольца, такой же длины, шириной в два раза уже, с двумя границами.	
5.	Лист Мёбиуса надо разрезать по середине вдоль	Получил одно кольцо, длина которого в два раза больше, ширина в два раза уже, перекручено на один полный оборот, с одной границей.	
6.	Лист Мёбиуса надо 	Получил два сцепленных друг с другом кольца: 1) кольцо – лист Мёбиуса; 2) кольцо - в два раза длиннее исходного перекрученного на два полных оборота, с двумя границами.	
7.	На обеих сторонах бумажной ленты провел две линии, на равном расстоянии друг от друга, склеил лист Мёбиуса, разрежала вдоль линий.	Получил два сцепленных друг с другом кольца: 1) кольцо - в два раза длиннее исходного, ширина в три раза меньше; исходного, два раза перекрученное; 2) кольцо - лист Мёбиуса, длина равна длине исходного, ширина в три раза меньше исходного, с двумя границами.	

Результаты опроса после проведения эксперимента

Вопрос	Ответы		
1. Сколько сторон у	0	1	2

листа Мёбиуса?	-	95%	5%
2. Сколько получится листов Мёбиуса при однократном разрезании?	0	1	2
	-	70%	30%
3. Сколько получится листов Мёбиуса при двукратном разрезании?	1	2	3
	0%	88%	12%
4. Сколько получится листов Мёбиуса при однократном разрезании листа и кольца находящегося в нём?	2	3	4
	2%	83%	15%

Вывод:

Количество правильных ответов увеличивалось после проведённых опытов.

6. Топологические свойства ленты Мёбиуса

По результатам опытов можно сформулировать следующие топологические свойства листа Мёбиуса, относящиеся к математическим неожиданностям.

1. Односторонность – топологическое свойство листа Мёбиуса, характерное только для него.
2. Непрерывность – на листе Мёбиуса любая точка может быть соединена с любой другой точкой. Разрывов нет – непрерывность полная. С топологической точки зрения круг неотличим от квадрата, потому что их легко преобразовать один в другой, не нарушая непрерывность.
3. Связность – чтобы располовинить кольцо, потребуется два разреза. Что касается листа Мёбиуса, то количество связей заменяется в зависимости от смены количества оборотов ленты: если один оборот – двусвязен, если два оборота – односвязен, если три – двусвязен и т. д. А вот чтобы разделить квадрат на две части, нам потребуется

только один разрез. Связность принято оценивать числом Бетти, или иногда пользуются эйлеровой характеристикой.

4. Ориентированность – свойство, отсутствующее у листа Мёбиуса. Так, если бы человек смог пропутешествовать по всем изгибам листа Мёбиуса, то тогда он вернулся бы в исходную точку, но превратился бы в своё зеркальное отражение.
5. «Хроматический номер» - это максимальное число областей, которые можно нарисовать на поверхности так, чтобы каждая из них имела общую границу со всеми другими. Хроматический номер листа Мёбиуса равен шести.

7. Применение и использование ленты Мёбиуса

Лист Мёбиуса радует нас своей красотой, изящностью и простотой.

1. Памятник в Москве.
2. У входа в Музей истории и техники в Вашингтоне медленно вращается на пьедестале стальная лента, закрученная на полвитка. В 1967 году, когда в Бразилии состоялся международный математический конгресс, его организаторы выпустили памятную марку достоинством в пять сентаво. На ней была изображена лента Мёбиуса. И монумент высотой более чем в два метра, и крохотная марка – своеобразные памятники немецкому математику и астроному Августу Фердинанду Мёбиусу.
3. Памятник в Минске.

Патентная служба зарегистрировала немало изобретений, в основе которых лежит всё та же односторонняя поверхность.

4. Лист Мёбиуса используется во многих изобретениях, навеянных тщательным изучением свойств односторонней поверхности. Полоса ленточного конвейера, выполненная в виде листа Мёбиуса, позволяет ему работать дольше в два раза, потому что вся поверхность листа

равномерно изнашивается. В 1923 году выдан патент изобретателю Ли де Форсу, который предложил записывать звук на киноленте без смены катушек сразу с двух сторон. Придуманы кассеты для магнитофона, где лента перекручивается и склеивается в кольцо, при этом появляется возможность записывать или считывать информацию сразу с двух сторон, что увеличивает ёмкость кассеты в два раза и соответственно время звучания.

5. В матричных принтерах красящая лента имела вид листа Мёбиуса для увеличения срока годности. Это даёт ощутимую экономию.
6. Лист Мёбиуса применяют в велосипедной и волейбольной камере.
7. В 1971 году изобретатель с Урала Чесноков П.Н. применил фильтр в виде листа Мёбиуса.
8. Лист Мёбиуса применяется в кулинарии при изготовлении инструментов для приготовления и украшения различных блюд, силовых конструкций (мешалка).
9. При помощи ленты Мёбиуса создают целые шедевры.
Лист Мёбиуса служил вдохновением для скульптур и для графического искусства. Эшер был одним из художников, кто особенно любил его и посвятил несколько своих литографий этому математическому объекту. Одна из известных показывает муравьев, ползающих по поверхности листа Мёбиуса.
10. Лист Мёбиуса также постоянно встречается в научной фантастике, например, в рассказе Артура Кларка «Стена Темноты». Иногда научно – фантастические рассказы предполагают, что наша Вселенная может быть некоторым обобщенным листом Мёбиуса. В рассказе автора А.Дж. Дейча, бостонское метро строит новую линию, маршрут которой становится настолько запутанным, что превращается в лист Мёбиуса, после чего на этой линии начинают исчезать поезда.
11. Есть гипотеза, что спираль ДНК сама по себе тоже является фрагментом ленты Мёбиуса, и только поэтому генетический код так

сложен для расшифровки и восприятия. Больше того – такая структура вполне логично объясняет причину наступления биологической смерти: спираль замыкается сама на себя, и происходит самоуничтожение.

12. Ленту Мёбиуса используют и фокусникам для показа различных фокусов и развлечений. Фокусник закуривал сигарету и горящим концом дотрагивался до средней линии каждой ленты, которая была выполнена из калийной селитры. Огненная дорожка превращала первую ленту в более длинную, а вторую - в две ленты, продетая одна в другую. (В этом случае фокусник разрезал лист Мёбиуса не посередине, а на расстоянии в одну треть его ширины).
13. Физики утверждают, что все оптические законы основаны на свойствах листа Мебиуса, в частности, отражение в зеркале – это своеобразный перенос во времени, краткосрочный, длящийся сотые доли секунды, ведь мы видим зеркального своего двойника.
14. Наша Вселенная вполне вероятно замкнута в тот же самый лист Мёбиуса, согласно теории относительности, чем больше масса, тем больше кривизна пространства. Эта теория полностью подтверждает предположение, что космический корабль, всё время летящий прямо, может вернуться к месту старта, это подтверждает неограниченность и конечность Вселенной.
15. В сентябре 2006 в Москве года состоялся Фестиваль художественной математики.
16. Совсем недавно ей нашли другое применение - она стала играть роль пружины, вот только пружины особенной. Как известно взведённая пружина срабатывает в противоположном направлении. Лист Мёбиуса же, вопреки всем законам, направление срабатывания не меняет, подобно механизмам с двумя устойчивыми положениями. Такая пружина могла бы стать своего рода вечным двигателем.

8.Вывод

Лист Мёбиуса - первая односторонняя поверхность. Затем были открыли ещё целый ряд односторонних поверхностей. Но эта - самая первая, положившая начало целому направлению в геометрии, по-прежнему привлекает к себе внимание учёных, изобретателей, художников и нас учеников. Мне были очень интересны открытые свойства листа Мёбиуса:

1. Лист Мебиуса имеет одну поверхность.
2. Лист Мёбиуса - топологический объект.
3. Один край и одна сторона листа Мебиуса не связаны с его положением в пространстве, не связаны с понятиями расстояния.
4. Свойства ленты порождают множество научных трудов, изобретений (весьма полезных и совершенно нереальных), а также множество фантастических рассказов.
5. Работая над темой, я получил огромное удовольствие от проделанной работы. Изготовил своими руками лист Мёбиуса и научил других.

9. Интернет - ресурсы и список использованной литературы

1. Гарднер Мартин «Математические досуги»: М.: «Мир», 1972.
2. Гарднер Мартин «Математические головоломки и развлечения»: М.: «Мир», 1971.
3. М. В. Величко «Математика 9-10 классы. Проектная деятельность учащихся»: Волгоград: «Учитель», 2006. – С. 122.
4. «Математика «Большой справочник для школьников поступающих в вузы»»: М.: «Дрофа», 2002. – С. 864
5. «Энциклопедия для детей «Математика» том 11, М.: Аванта +; 2002. С. 687.
6. «Я познаю мир «Математика»»: Минск: «АСТ – ЛТД», 1998. – с.475.
7. http://arbuz.uz/t_lenta.html
<http://www.frei.ru/golos/books/>
<http://umiranie.chat.ru/sphere.htm>
<http://www.websib.ru/noos/math/listmebiusa/>