

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа №6 г. Бикина
Бикинского муниципального района
Хабаровского края

Практико-ориентированный проект:

«Создание пособия по стереометрии для
выпускников старшей школы по решению задач С2
координатно – векторным методом в сопровождении
электронного приложения»

Авторы проекта:
учащиеся 11 класса
Кравченко Дарья,
Шишкина Анна,
Ефимович Савелий,
Внуков Евгений.

Руководитель проекта:
Тупицына Ольга Викторовна,
учитель математики.

Бикин – 2015

Оглавление

1. Введение	3
1.1. Актуальность выбранной темы проекта.....	3
1.2. Проблема	3
1.3. Идея проекта.....	4
1.4. Цель проекта.	4
1.5. Задачи проекта.	4
1.6. Время реализации проекта	5
1.7. Ожидаемый результат	5
1.8. Этапы работы над проектом	5
1.9. Основное содержание проекта.....	6
2. Создание печатного пособия	9
3. Создание электронного приложения к пособию	11
4. Заключение.....	12
5. Литература и интернет -ресурсы	13

1. Введение

«Хоть выйди ты не в белый свет,
А в поле за околицей, —
Пока идешь за кем-то вслед,
Дорога не запомнится.
Зато, куда б ты ни попал
И по какой распутице,
Дорога та, что сам искал,
Вовек не позабудется»

Н.Рыленков

1.1. Актуальность выбранной темы проекта.

Задание С2 Единого государственного экзамена по математике с 2010 года представляет стереометрическую задачу на определение расстояний или углов в пространстве между объектами, связанными с некоторым многогранником.

Основные проблемы, с которыми сталкиваемся мы, выпускники, сдающие ЕГЭ по математике: неумение строить линейные углы и проекции, ошибки в определении вида треугольника, непонимание нахождения угла между прямой и плоскостью, недостаточное представление о расположении перпендикуляра при нахождении расстояния от точки до прямой. Это говорит о том, что испытываются большие трудности при решении стереометрических задач. В отличие от планиметрии в стереометрии необходимо иметь пространственное видение, как самой фигуры, так и того, что находится внутри неё.

По статистике на 2013-2014 учебный год Министерства образования всего 5% представленных решений С2 были оценены в два балла, то есть остальные 95% (наибольшая часть) были решены неправильно или не решены совсем, по причине затруднений представления геометрических понятий в фигуре и что немало важно решение задачи затратно по времени. Практика показывает, что решение задач С2 сверстниками в нашей школе также претерпевает низкий показатель решаемости.

Существует три основных метода решения задач С2: «метод построений», «координатно-векторный метод» и «метод объемов». Для своего пособия мы, учащиеся физико – математического профиля, выбрали именно координатно-векторный метод за его несложность и незатратность по времени решения.

1.2. Проблема

В методе построений, главным условием является безупречное знание и понимание основных теорем стереометрии, связанных с взаимным расположением прямых и плоскостей в пространстве, которые непременно

сопровождает решение практически любой задачи С2, без которых часть баллов за это задание на экзамене может быть потеряна.

Применение координатно-векторного метода позволяет избежать трудностей, связанных с методом построений. От нас требуются знания нескольких формул и навыки в решении простейших задач, основная нагрузка при решении задач приходится на вычислительную часть.

Мы, создатели данного проекта ни в коей мере, не призываем бросить изучение стереометрических вопросов и выучить лишь формулы векторной математики. Но экзамен «штука», очень ограниченная по времени, а справиться хочется как можно с большим количеством заданий.

1.3. Идея проекта

Основная идея проекта заключается в том, чтобы нарабатывая навык в решении стереометрических задач данным методом, подготовить лучше себя к выполнению заданий С2 и возможно помочь выпускникам школы научиться применять координатно – векторный метод. Для этого мы подготовили подробные описания решений типовых задач С2 различных видов.

Конечно сейчас огромное количество сборников с решёнными задачами С2 имеется в свободной продаже, представлен открытый банк задач на всех сайтах, связанных с подготовкой к ЕГЭ с решениями и ответами. Казалось бы изучай, решай, готовься. Всё это так, но мы знаем, что немалое количество выпускников нашей школы не имеют достаточной подготовки для разбора даже решённых задач и обращаются за помощью к учителям. Мы постарались разобрать так задачи, чтобы каждый шаг решения был понятен и обоснован(ссылка на нужную формулу, теорему, теорию).

1.4. Цель проекта.

Создать пособие по стереометрии для выпускников старшей школы по решению задач С2 координатно – векторным методом в сопровождении электронного приложения, тем самым показать упрощённое решение задач.

1.5. Задачи проекта.

1. Поиск теоретического материала;
2. Обработка найденной информации (классификация задач по видам);
3. Самостоятельное решение разных типов задач С2 координатно – векторным методом;
4. Сравнение преимуществ и недостатков координатно-векторного метода;
5. Построить план шагов для написания пособия и электронного приложения к нему;
6. Размещение примеров решения задач в электронном приложении;

7. Создание пособия по решению задач С2 с помещенными в него примерами решений и задачами с ответами;
8. Опробовать готовые продукты (в 11 ф/м классе) для обобщения и систематизации знаний в области применения координатно – векторного метода для подготовки к ЕГЭ;
9. Представить продукт в виде мультимедийной презентации, брошюры-пособия и электронного приложения к нему.
10. Максимально раскрыть собственный творческий потенциал при создании проекта и составлении пособия и приложения к нему.

1.6. Время реализации проекта

Наш проект долгосрочный, рассчитан на один год. Разрабатывали и создавали его мы, ученики 11 «ф/м» класса.

1.7. Ожидаемый результат

Через создание проекта, для **самореализации** должны получить: мотивацию исследовательской деятельности; творческую активность; самостоятельный поиск; познавательный интерес к более глубокому изучению координатно – векторного метода и сравнение его преимуществ с методом построений; исследовательские, информационные, коммуникативные умения; реальный законченный результат в виде брошюры - пособия и электронного приложения к нему; более глубокие познания в области решения задач С2, качественную подготовку к ЕГЭ.

Обобщение материала по применению данного метода в задачах служит усовершенствованием в стереометрическом познании и освоению математики в целом.

Для **выпускников** нашей школы, на наш взгляд, удобный и понятный материал для подготовки к выполнению задач С2 в КИМах по ЕГЭ.

Для **кабинета математики** готовый образовательный продукт в виде учебного печатного пособия и электронного приложения к нему.

1.8. Этапы работы над проектом

1. Изучение, обобщение и систематизация знаний по вопросам векторной алгебры, таких как: составление уравнения плоскости по трём точкам, не лежащим на одной прямой; понятия нормального вектора к плоскости и нахождение его координат; формулы для вычисления углов между прямыми и плоскостями; расстояния от точки до прямой и плоскости с помощью учебной, справочной литературы, интернет – ресурсов и задач из готового открытого банка задач, представленного на сайтах по подготовке к ЕГЭ.

2. Сбор, обработка и анализ материала, касающегося интереса, трудностей и полезности по заявленной теме. Дальнейшая классификация задач по видам и методам для составления пособия и приложения к нему.

3. Самостоятельный разбор и прорешивание одних и тех же подобранных задач известными способами, то есть способом построений (поэтапно – вычислительным) и координатно – векторным. Такая работа проводится с целью и повышения уровня познавательной деятельности и выявления

наиболее оптимального способа решения для временных рамок в условиях экзаменационного тестирования. Консультация у учителя.

4. Построение плана шагов для создания содержания пособия и приложения к нему и заполнения пунктов содержания.

5. Создания пособия с набором подробно разобранных задач по видам вопросов геометрических понятий (нахождение угла между скрещивающимися прямыми, вычисления расстояния между точкой и плоскостью и др), указанием ссылок на теоретические понятия (необходимую формулу, теорему Пифагора в каком-либо прямоугольном треугольнике и так далее).

6. Создание электронного приложения к пособию. В нём также разобраны подробные решения нескольких задач из разных вопросов геометрии, но одним из основных, показано поэтапное построение фигуры в прямоугольной системе координат для наглядного видения вопроса задачи.

6. Проведено в взаимодействии участниками творческой группы разработчиков проекта, учителя – руководителя проекта и обучающихся на занятиях элективного курса: «Подготовка к ЕГЭ по математике» по решению задач С2 в 11 «ф/м» классе в рамках подготовки к ЕГЭ. Занятие проходило в форме пресс – конференции, где заинтересованные ученики получили ответы на все интересующие их вопросы. Была проведена презентация готового продукта деятельности.

7. Выводы по проведенному исследованию и перспективы проекта.

1.9. Основное содержание проекта

Данный проект состоит из трёх частей (пособие, электронное приложение к пособию и презентации самого проекта).

Мы постарались показать решения различных видов задач, где используются формулы: координат вектора, длины вектора, середины отрезка, скалярное произведение векторов, косинуса угла между двумя прямыми, синуса угла между прямой и плоскостью, расстояние между точкой и плоскостью, уравнение плоскости.

Рассмотрели виды задач на нахождение:

Расстояний в пространстве

- ✓ между двумя точками
- ✓ от точки до прямой
- ✓ от точки до плоскости
- ✓ между скрещивающимися прямыми

Углов в пространстве

- ✓ между двумя прямыми
- ✓ между прямой и плоскостью
- ✓ между плоскостями

Свои наработки поместили в печатное издание (пособие), где представили рукописное оформление задач, подобрали задачи для

самостоятельного решения, подготовили ответы к данным задачам для самопроверки, отобрали и представили основные необходимые для решения формулы.

Чтобы было проще решать задачу разработали электронное сопровождение к пособию, в котором с помощью анимации поэтапно выстраивается фигура с необходимыми построениями для данной задачи.

В ходе работы выяснили, о каких проблемных ситуациях необходимо помнить? Какие вероятные ошибки возможно допустить?

- 1) Забыть алгоритм поиска нормали.
- 2) Запутаться с введением системы координат или с определением координат у точек (задающих прямые и плоскости) в разных многогранниках.
- 3) Не справиться с вычислениями, если в координаты вершин попадают квадратные корни. Обычно эта ситуация возникает в треугольных пирамидах. Но эту проблему, конечно снять не удастся. Пирамиду не переделаешь, а вот получить практику нахождения нормали и научиться определять координаты вполне реально.

Существует принятый *общий алгоритм* решения координатно-векторным методом:

- ✓ Выбираем в пространстве систему координат из соображений удобства выражения координат и наглядности изображения.
- ✓ Находим координаты необходимых для нас точек.
- ✓ Решаем задачу, используя основные задачи метода координат.
- ✓ Переходим от аналитических соотношений к геометрическим.
- ✓ Для некоторых задач дополнительно требуется составить уравнение плоскости.

Рекомендации для решающих координатно –векторным методом:

Для подготовки к решению координатно-векторным методом необходимо повторить и разобрать следующие темы:

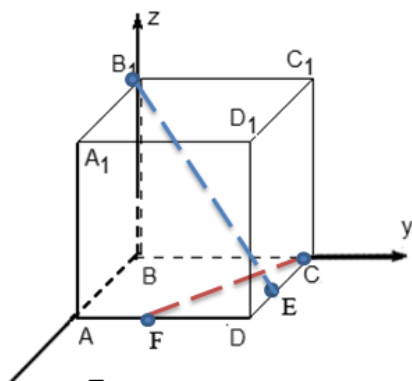
- 1) Координаты точки и координаты вектора.
- 2) Длина вектора.
- 3) Скалярное произведение векторов.
- 4) Координаты середины отрезка (на случай, если плоскость или прямая будут заданы серединами каких-нибудь диагоналей или ребер у пирамид).
- 5) Уравнение плоскости.
- 6) Расстояние между точкой и плоскостью

Правило:

Оптимальный выбор системы координат (некоторые вершины многогранника находятся на координатных осях) позволяет значительно упростить вычисления.

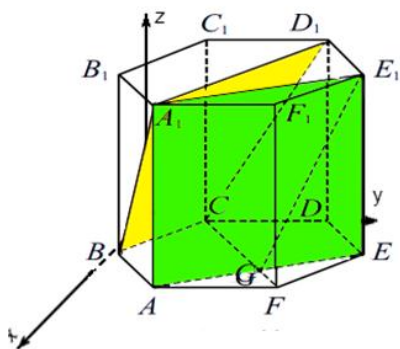
Например, в задаче: *Сторона основания правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна 2, высота — 4. Точка E — середина отрезка CD , точка F — середина отрезка AD . Найдите угол между прямыми CF и $B_1 E$.*

Здесь фигура помещается в систему координат довольно просто, то есть вершину B ставим в начало координат, а вершины A и C однозначно выстраиваются на осях OX и OY , вершина B_1 на оси OZ . Задача решается с помощью трёх формул: координат середины отрезка, координат вектора в пространстве и косинуса угла между двумя векторами, на которых лежат скрещивающиеся прямые.



В задаче: *В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найти угол между плоскостями $BA_1 D_1$ и $AA_1 E_1$.*

Эту фигуру удобно поместить так, чтобы ни одна вершина не лежала в начале координат, точка B на оси OX , а точки C и D на оси OY . С помощью прямоугольного равнобедренного треугольника легко находится абсцисса точек B , A , A_1 , E и ордината точек C , D , E , далее составляются уравнения названных в условии плоскостей и выясняются с помощью этих уравнений координаты нормальных векторов к этим плоскостям. Далее с помощью формулы косинуса угла между векторами вычисляется данный угол.



Для задач, где необходимо составление уравнения плоскости (применяем формулу составления уравнения плоскости, проходящей через три точки, не лежащей на одной прямой, с использованием условия компланарности трёх векторов, где смешенное произведение этих векторов равно 0, а смешенное произведение находится с помощью определителя) приводим разобранный пример вычисления определителя по правилу треугольника.

Правило треугольника для вычисления определителей рассмотрим на примере:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 5 & -2 \\ 4 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 \cdot 3 + (-2) \cdot 0 \cdot 3 + (-2) \cdot (-2) \cdot 4 = 15 + 0 + 16 = 31;$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 5 & -2 \\ 4 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 4 \cdot 5 \cdot 3 + 0 \cdot (-2) \cdot 1 + (-2) \cdot (-2) \cdot 3 = 60 + 0 + 12 = 72;$$

$$31 - 72 = -41$$

К каждому виду задач и методу решения прикрепляются основные правила и необходимые формулы для решения конкретного типа задач геометрии, например:

- ✓ Расстояние от точки до плоскости, не содержащей эту точку, есть длина отрезка перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость.
- ✓ Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью равно длине их общего перпендикуляра.
- ✓ Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью равно расстоянию от любой точки этой прямой до плоскости.
- ✓ Расстояние между двумя параллельными плоскостями равно длине их общего перпендикуляра.
- ✓ Расстояние между двумя параллельными плоскостями равно расстоянию между точкой одной из этих плоскостей и другой плоскостью.

$$\rho(M, \alpha) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$\text{где } M(x_0, y_0, z_0) \in \alpha: Ax + By + Cz + D = 0$$

2. Создание печатного пособия

Первая страница брошюры посвящена небольшому введению о чём это пособие и кому рекомендовано. Вторая страница предоставлена для слова ученикам – создателям данного пособия. Третья страница посвящена слову учителя – руководителю проекта. Далее основная составляющая пособия,

где рассматриваются виды задач на различную теорию. В конце напутствие выпускникам старшей школы МБОУ СОШ № 6.

Ход основной составляющей работы

Шаг первый.

Сортировка задач по категориям:

1. Расстояние между двумя точками;
2. Расстояние от точки до прямой;
3. Расстояние от точки до плоскости;
4. Расстояние между скрещивающимися прямыми;
5. Угол между двумя прямыми;
6. Угол между прямой и плоскостью;
7. Угол между плоскостями.

Шаг второй.

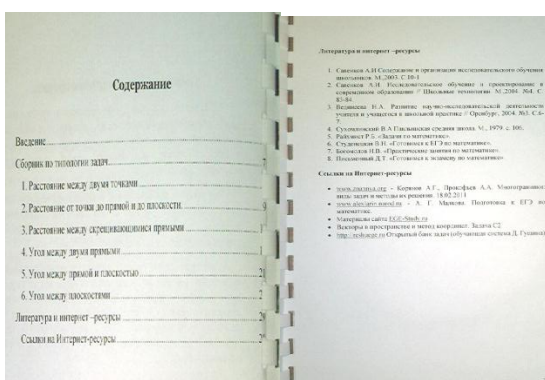
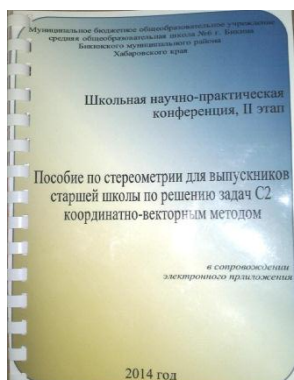
Разработка основной части печатного пособия.



Основные формулы, Задача с решением, задача с неполным решением и представление задач для самостоятельного решения с готовыми ответами.

Шаг третий Составление печатного пособия

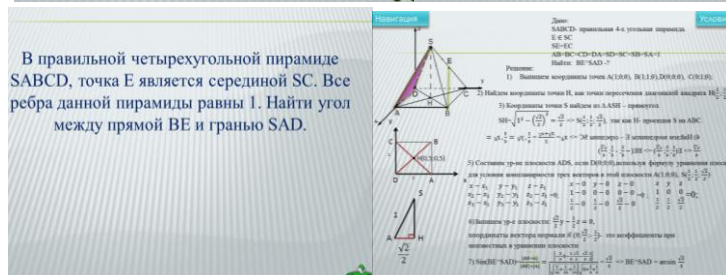
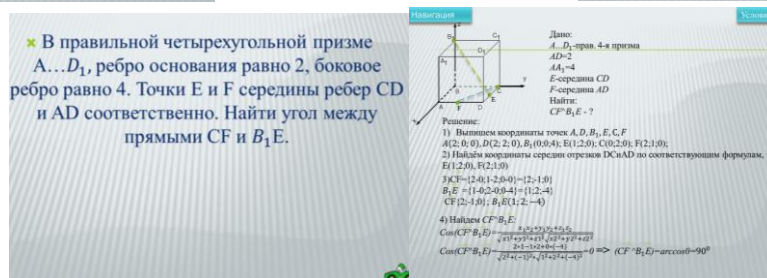
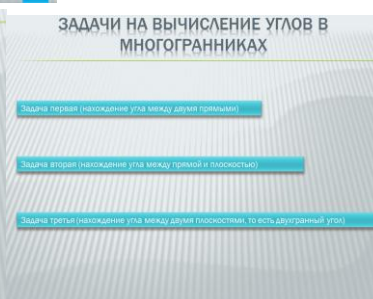
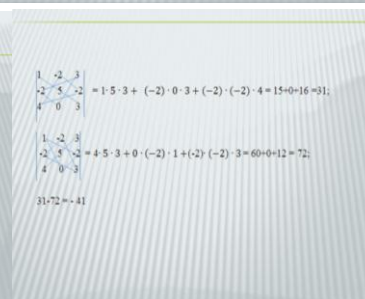
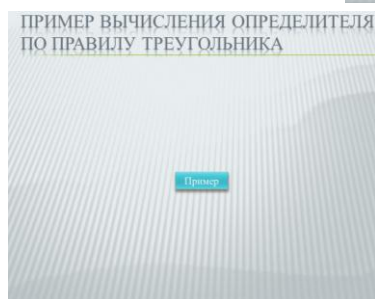
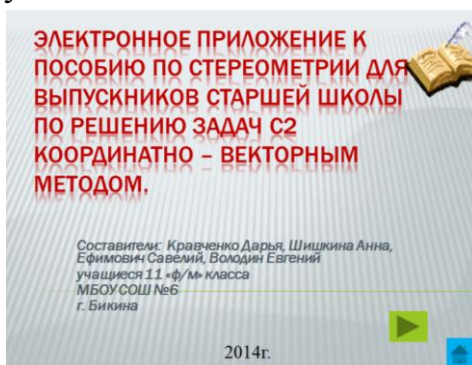
Пособие представлено в приложении

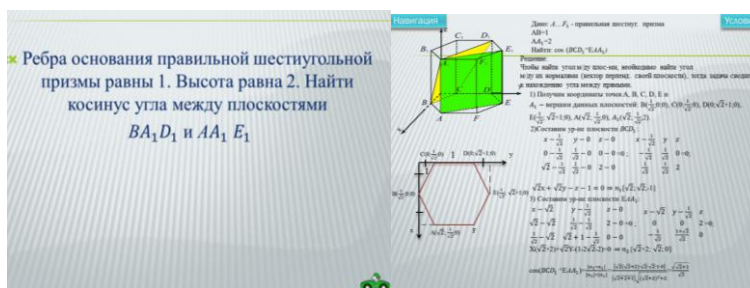


3. Создание электронного приложения к пособию

В данном приложении представлены три типовые задачи с решениями с помощью анимации на нахождение различных углов в пространстве:

1. угол между скрещивающимися прямыми;
2. угол между прямой и плоскостью;
3. угол между двумя плоскостями.





4. Заключение

Наш проект, направлен на решение проблемы обучения, заключающейся в не умении и не желании решать задачи С2 выпускниками нашей школы. В ходе работы над проектом, мы его создатели попытались, прежде всего выработать: собственное умение рассматривать различные подходы к решению задач и анализировать “эффект” от применения этих способов решения и сравнивать преимущества и недостатки каждого метода; умение составить план последовательных этапов для достижения результата; умение обосновать все предпринимаемые шаги и вычисления; повторить и закрепить различные темы и вопросы стереометрии и планиметрии, типовые стереометрические конструкции, связанные с решением текущих задач; развить пространственное мышление. На предстоящем пробном тестировании обязательно будем решать задачу С2 и обязательно справимся с ней.

С помощью нашего пособия хотим, чтобы наши сверстники поменяли отношение к решению задачи С2 и всё-таки начали целенаправленно и серьёзно браться за данные задачи, а не отодвигать их в дальний угол. Чтобы они учились решать и решали эти задания. Если у ученика 11 класса имеются серьезные проблемы с пониманием определений, с чтением или построением сложного стереометрического рисунка, если ему никак не удастся подобрать необходимые дополнительные построения, нам кажется, что стоит заняться изучением координатно-векторного метода. Этот метод прекрасная альтернатива методу построений, ведь достоинство метода координат состоит в том, что его применение избавляет от необходимости прибегать к наглядному представлению сложных пространственных конфигураций.

Очень радостно от того, что после нас в кабинете математики, останется материал для подготовки к ЕГЭ, созданный нашими руками и будем надеяться на то, что он поможет ещё не одному выпуску ребят нашей школы в сдаче экзамена по математике.

5. Литература и интернет -ресурсы

Савенков А.И Содержание и организация исследовательского обучения школьников. М.,2003. С.10-1

Савенков А.И. Исследовательское обучение и проектирование в современном образовании // Школьные технологии. М.,2004. №4. С. 83-84.

Вединеева Н.А. Развитие научно-исследовательской деятельности учителя и учащегося в школьной практике // Оренбург, 2004. №3. С.6-7.

Сухомлинский В.А Павлышская средняя школа. М., 1979. с. 106.

Райхмист Р.Б. «Задачи по математике».

Студенецкая В.Н. «Готовимся к ЕГЭ по математике».

Богомоллов Н.В. «Практические занятия по математике».

Письменный Д.Т. «Готовимся к экзамену по математике».

www.znannya.org

Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Многогранники: виды задач и методы их решения.

18.02.2011

www.alexlarin.narod.ru

А. Г. Малкова. Подготовка к ЕГЭ по математике. Материалы сайта EGE-Study.ru

Векторы в пространстве и метод координат. Задача С2

<http://reshuege.ru> Открытый банк задач (обучающая система Д. Гущина)

http://www.softforfree.com/programs/rotation_bodies-29580.html

Старшинин А.В. Microsoft PowerPoint одним взглядом: Полный справочник по пакету подготовки презентаций и слайд-фильмов PowerPoint. - СПб.: ВHV-Санкт-Петербург, 1996. – 112 с.

