|  |
| --- |
| **МБОУ «Гимназия №63 г.Челябинска»**  **Софизмы**  **Автор: ученица 10 класса**  **Головина Анастасия**  **Руководитель:**  **Багина Татьяна Александровна**  **Г. Челябинск** |

Введение

**Гипотеза:** составление и разбор софизмов - увлекательное занятие, способствующее логическому мышлению. Обобщение и систематизация методов доказательства софизмов способствует повышению качества знаний и вооружает новыми методами решения нестандартных задач.

**Актуальность** выбора темы была обусловлена необходимостью применения различных приёмов и методов при решении нестандартных задач.

**Цели:**

* Отбор и систематизация методов решения нестандартных задач;

• Закрепление теоретических знаний и навыков, их применение в практической деятельности

**Задачи:**

1. Познакомиться софизмами.

2. Понять, как найти ошибку во внешне безошибочных рассуждениях.

3. Обобщить найденный материал.

**Методы исследования**: изучение и анализ литературы; сбор фактических данных, систематизация, анализ, обобщение.

**Практическая значимость**: применение на уроках математики.

Софизм - (греч. sophisma — хитрая уловка, измышление) — рассуждение, кажущееся правильным, но содержащее скрытую логическую ошибку и служащее для придания видимости истинности ложному утверждению. Софизм является особым приемом интеллектуального мошенничества, попыткой выдать ложь за истину и тем самым ввести в заблуждение. Отсюда «софист» в одиозном значении — это человек, готовый с помощью любых, в т.ч. недозволенных, приемов отстаивать свои убеждения, не считаясь с тем, истинны они на самом деле или нет.

В работе представлены некоторые приёмы и методы решения математических софизмов, способствующих развитию логического мышления, наблюдательности и умению найти ошибку во внешне безошибочных рассуждениях.

Классификация математических софизмов:

-Алгебраические

-Геометрические

-Арифметические

Алгебраические софизмы

Алгебра — один из больших разделов математики, принадлежащий наряду с арифметикой и геометрией к числу старейших ветвей этой науки. Задачи, а также методы Алгебры, отличающие её от других отраслей математики, создавались постепенно, начиная с древности. Алгебра возникла под влиянием нужд общественной практики, в результате поисков общих приёмов для решения однотипных арифметических задач. Приёмы эти заключаются обычно в составлении и решении уравнений. Т.е. алгебраические софизмы – намеренно скрытые ошибки в уравнениях и числовых выражениях.

Примеры:

1. Два неодинаковых натуральных числа равны между собой;

2. Отрицательное число больше положительного;

3. Дважды два равно пяти.

Геометрические софизмы

Геометрические софизмы – это умозаключения или рассуждения, обосновывающие какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное утверждение, связанное с геометрическими фигурами и действиями над ними.   
Примеры:

1. Спичка вдвое длиннее телеграфного столба;

2. Прямой угол равен тупому углу;

3. Площадь прямоугольного треугольника равна нулю ;

4. Все треугольники прямоугольные.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ СОФИЗМЫ

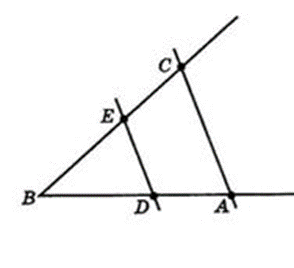
Арифметические софизмы – это числовые выражения, имеющие неточность или ошибку, не заметную с первого взгляда.

Примеры:

1. Если А больше В, то А всегда больше, чем 2В;

2. Число, равное другому числу, одновременно и больше, и меньше его.

Примеры геометрических софизмов



1. Отрезки параллельных прямых, заключенные между сторонами угла, равны.

Рассмотрим произвольный угол с вершиной в точке В и пересечем его стороны двумя параллельными прямыми, отрезки которых CA и ED заключены между сторонами этого угла.

Как известно, параллельные осекают от сторон угла пропорциональные отрезки, следовательно, =, откуда СВ×DB=AB×EB. (1)

Умножив обе части последнего неравенства на отличную от нуля разность (СА-ЕD), запишем

СВ×DB×CA-CB× DB×EB=AB×EB×CЕ-AB×EB×ED.

Перенося первый член правой части влево, а второй член левой части вправо, получим

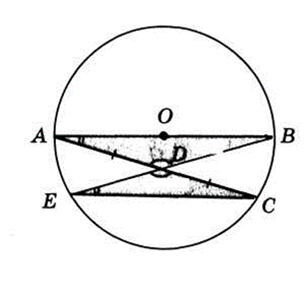
СВ×DB×CA- AB× EB× CA= СВ×DB× ED- AB× EB×ED или

CA (СВ× DB- AB× EB) = ED (СВ× DB- AB× EB) (2).

Разделив обе части неравенства на СВ× DB- AB× EB, получим равенство CA= ED

Разбор софизма.

Здесь ошибка кроется в том, что верное равенство (2) делится на величину СВ× DB- AB× EB, которая согласно равенству (1) равна нуля что недопустимо.



2. В любой окружности хорда, не проходящая через её центр, равна её диаметру.

В произвольной окружности проводим диаметр АВ и хорду АС.

Через середину D этой хорды и точку В проводим хорду ВЕ. Соединив точки С и Е, получаем ∆ ABD и ∆ CDE.

ﮮВАС = ﮮ СЕВ как углы, опирающиеся на одну и ту же дугу;

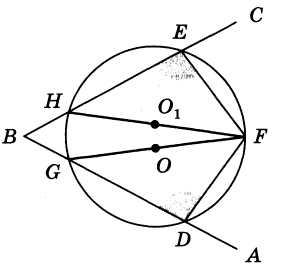
ﮮ ADB = ﮮCDE как вертикальные;

AD = CD по построению.

Следовательно, ∆ ABD = ∆ CDE (по стороне и двум углам). Но стороны равных треугольников, лежащие против равных углов, сами равны, а потому АВ = СЕ, т.е. диаметр круга оказывается равным некоторой (не проходящей через центр окружности) хорде, что противоречит утверждению о том, что диаметр больше всякой не проходящей через центр окружности хорды.

Разбор софизма.

В софизме доказывается, что два треугольника ABD и CDE равны, ссылаясь при этом на признак равенства треугольников по стороне и двум углам. Однако такого признака нет. Правильно сформулированный признак равенства треугольников гласит: если сторона и прилежащие к ней углы одного треугольника равны соответственно стороне и прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



3. Окружность имеет два центра.

Построим произвольный угол ABC и, взяв на его сторонах две произвольные точки D и Е, восстановим из них перпендикуляры к сторонам угла. Перпендикуляры эти должны пересечься (если бы они были параллельны, параллельны были бы и стороны АВ и СВ). Обозначим их точку пересечения буквой F.

Через три точки D, E, F проводим окружность, что всегда возможно, так как эти три точки не лежат на одной прямой. Соединив точки Н и G (точки пересечения сторон угла ABC с окружностью) с точкой F, получим два вписанных в окружность прямых угла GDF и HEF.

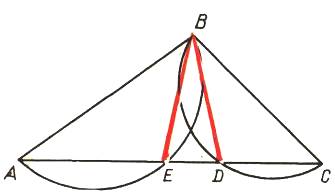
Итак, мы получили две хорды GF и HF, на которые опираются вписанные в окружность прямые углы GDF и HEF. Но в окружности вписанный прямой угол всегда опирается на ее диаметр, следовательно, хорды GF и HF представляют собой два диаметра, имеющие общую точку F, лежащую на окружности.

Поскольку эти две хорды, являющиеся, как мы установили, диаметрами, не совпадают, то, следовательно, точки О и О1, делящие отрезки GF и HF пополам, представляют собой не что иное, как два центра одной окружности.

Разбор софизма.

Ошибка здесь кроется в неправильно построенном чертеже. На самом деле окружность, проведенная через точки Е, F и, обязательно пройдет через вершину В угла ABC, т. е. точки В, Е, F и D обязательно должны лежать на одной окружности. Тогда, конечно, никакого софизма не возникает.

Действительно, восстановив перпендикуляры в точках Е и D к прямым ВС и ВА соответственно и продолжив их до взаимного пересечения в точке F, получаем четырехугольник BEFD. У этого четырехугольника сумма двух его противоположных углов BEF и BDF равна 180°. Но согласно известному в геометрии утверждению вокруг четырехугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда сумма двух его противоположных углов равна 180°.

Отсюда следует, что все вершины четырехугольника BEFD должны принадлежать одной окружности. Поэтому точки G и Н совпадут с точкой В и у окружности окажется, как и должно быть, один центр. 

4. Через точку на прямую можно опустить два перпендикуляра.

Построим ∆ АВС. На сторонах АВ и ВС этого

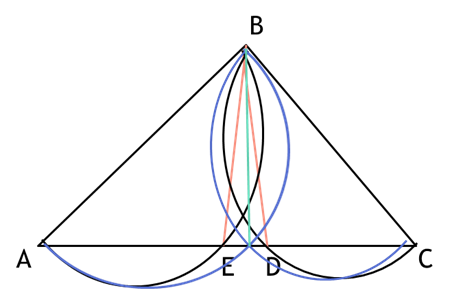
треугольника, как на диаметрах, построим полуокружности. Пусть эти полуокружности пересекаются со стороной АС в точках Е и D. Соединим точку Е и точку D прямыми с точкой В.

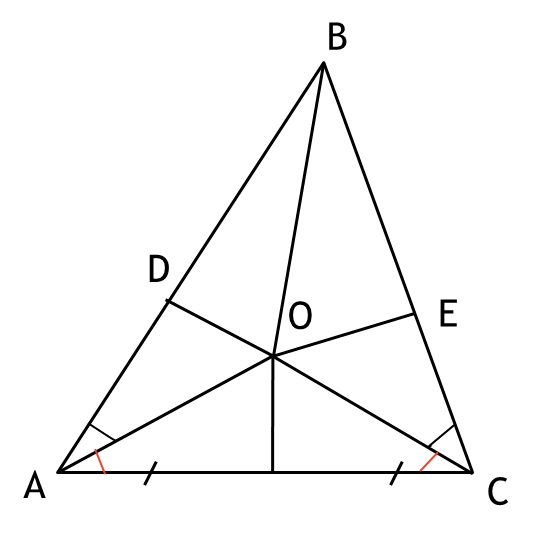
ﮮАЕВ прямой как вписанный, опирающийся на диаметр; ﮮВDC также прямой.

Следовательно, ВЕ перепендикулярен АС и BD перпендикулярен AC. Значит через точку проходят два перпендикуляра к прямой АС.

Разбор софизма.

Рассуждения, о том, что из точки на прямой можно опустить два перпендикуляра, опирались на ошибочный чертеж. В действительности полуокружности пересекаются со стороной АС в одной точке, т.е. ВЕ совпадает с ВD. Значит, из одной точки на прямую нельзя опустить два перпендикуляра.



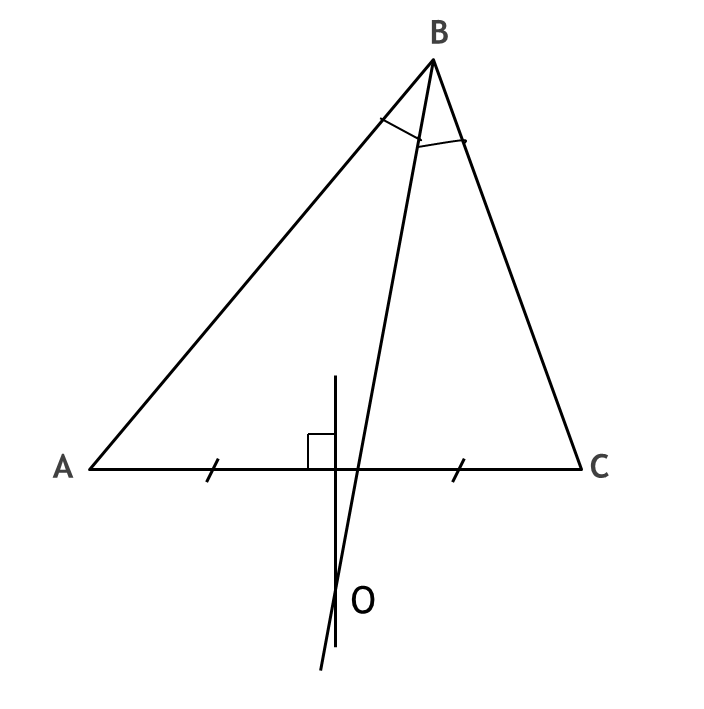


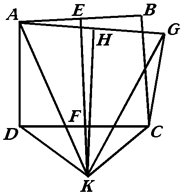
5. Все треугольники равнобедренные.

Построим произвольный ∆ АВС. Проведём в нём биссектрису ﮮВ и серединный

перпендикуляр к стороне АС. Точку их пересечения обозначим через О. Из точки О проведём OD АВ и ОЕ ВС. Очевидно, что ОА = ОС и OD = OE. Но тогда Δ АОD = Δ СОЕ по катету и гипотенузе, поэтому ﮮCDE= ﮮECO. В то же время ﮮОАС= ﮮОСА, так как ∆ АОС – равнобедренный. Получаем: ﮮВАС = ﮮDAO + ﮮOAC = ﮮECO + ﮮOCA= = ﮮ BCA. Итак, ﮮВАС = ﮮВСА, следовательно, ∆ АВС –равнобедренный, значит, АВ = ВС

Разбор софизма. Здесь ошибка в чертеже. Серединный перпендикуляр к стороне и биссектриса противоположного ей угла для неравнобедренного треугольника пересекаются вне этого треугольника. Точка о находится вне плоскости треугольника АВС.





6. Тупой **угол иногда равен прямому углу.**

Предположим, что фигура ABCD есть квадрат. Разделим отрезок AB пополам и проведем через точку деления E прямую EF перпендикулярно отрезку AB. Эта прямая пересечет противоположную сторону квадрата DC в некоторой точке F. При этом DF = FC.

Из вершины C отложим отрезок CG, равный CB. Соединим точки A и G прямой линией и разделим отрезок AG пополам точкой H. Затем из точки H проведем прямую HK перпендикулярно к отрезку AG.

Поскольку отрезки AB и AG не параллельны, то, значит, прямые EF и HK также не являются параллельными. Следовательно, при продолжении прямой EF они пересекутся в некоторой точке K. Соединим теперь точку K с точками D, A, G, C.

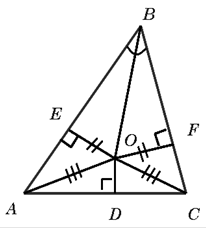
Треугольники KAH и KGH равны между собой, поскольку они имеют общую сторону HK, AH = HG, а углы при вершине H прямые. Следовательно, KA = KG.

Треугольники KDF и KCF также равны между собой, поскольку они имеют общую сторону FK, DF = FC, а углы при вершине F прямые. Следовательно, KD = KC и угол KDC равен углу KCD. Кроме того, DA = CB = CG.

Таким образом, стороны треугольников KDA и KCG равны между собой. Значит, углы KDA и KCG равны. Вычтем теперь из них равные углы KDC и KCD. Очевидно, что разности их также будут равны друг другу, т.е. угол GCD = углу ADC. Но угол GCD представляет собой угол тупой угол, а угол ADC – прямой.

Разбор софизма.

Рассуждения опирались на ошибочный чертеж.



7. Все треугольники – равносторонние.

Рассмотрим произвольный треугольник ABC. Проведем биссектрису угла B и серединный перпендикуляр к стороне AC. Точку их пересечения обозначим O. Опустим из нее перпендикуляры EO и OF на стороны AB и BC соответственно.

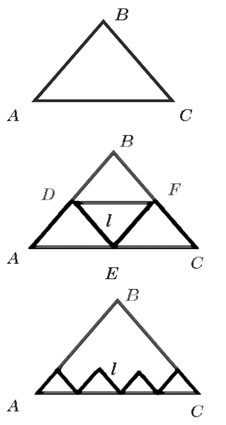
Т.к. DO одновременно и высота, и медиана треугольника AOC, то треугольник AOC равнобедренный, AO = OC. Из равенства треугольников EBO и OBF следует, что EB = BF, EO = OF. Следовательно, треугольник AEO равен треугольнику FCO, AE = FC. Отсюда, т.к. AB = AE + EB и BC = BF + FC, AB = BC. Проведя такое же рассуждение для основания не AC, а, например, AB, получим, что BC = CA.

Из этого следует, что все треугольники на свете - равносторонние. В частном случае, если треугольник прямоугольный, то катеты равны гипотенузе.

Разбор софизма.

Ошибка в чертеже: серединный перпендикуляр к стороне и биссектриса противоположного ей угла для неравнобедренного треугольника, пересекаются вне этого треугольника.

8. Сумма длин двух сторон треугольника равна длине третьей стороны.



Рассмотрим треугольник ABC с основанием АС. AD=FE=AB/2 и DE=FC=AВ/2

AB + ВC = AD + DE + EF + FC

AB + BC = l

Повторим теперь ту же операцию для треугольников ADE и EFC. Длина ломаной l остаётся неизменной, независимо от количества проделанных операций. При устремлении количества операций к бесконечности, ломанная l устремляется к стороне AС. В пределе поучаем: l = AC.

Но l = AB+BC, значит AB + BC = AC, т.е. сумма длин двух сторон треугольника равна длине третьей стороны.

Разбор софизма.

Вся ошибка заключается в попытке приравнять ломаную l к AC, чего не в коем случае делать нельзя. На самом деле прямая l никогда не сольется с АС.

Примеры алгебраических софизмов

9. Уравнение x-a=0 не имеет корней.

Дано уравнение x-a=0. Разделив обе части этого уравнения на x-a, получим, что 1=0. Поскольку это равенство неверное, то это означает, что исходное уравнение не имеет корней.

Разбор софизма.

Поскольку x=a – корень уравнения, то, разделив на выражение x-a обе его части, мы потеряли этот корень и поэтому получили неверное равенство 1=0.

10. 5=6

Возьмём числовое равенство: 35+10-45=42+12-54. вынесем общие множители левой и правой частей за скобки. Получим: 5(7+2-9) =6(7+2-9). Разделим обе части этого равенства на общий множитель (заключенный в скобки). Получаем 5=6.

Разбор софизма.

7+2-9=0. На ноль делить нельзя.

11. Спичка вдвое длиннее телеграфного столба.

Пусть, а(дм) – длина спички и b(дм) – длина столба. Разность между b и а обозначим через с.

Имеем: b – a = c, b = a + c,

перемножая два этих равенства по частям, находим:

b2 – a b = c a + c2.

Вычтем из обеих частей b c.

Получим: b2 – a b – b c = c a + c2 – b c,

или b (b – a – c) = –c (b – a – c),

откуда b = –c.

Но c = b – a, поэтому b = a – b, или a = 2 b

Разбор софизма.

Когда мы делим на общий множитель (b – a – c) мы допускаем ошибку, т.к. (b – a – c) = 0, а на 0 делить нельзя.

Примеры арифметических софизмов

12. Если А больше В, то А всегда больше, чем 2В.

Возьмем два произвольных положительных числа А и В, такие, что А> В. Умножив это неравенство на В, получим новое неравенство АВ> В\*В, а отняв от обеих его частей А\*А, получим неравенство АВ-А\*А> В\*В-А\*А, которое равносильно следующему:

А(В-А)>(В+А)(В-А). (1)

После деления обеих частей неравенства (1) на В-А получим, что

А>В+А (2),

А прибавив к этому неравенству почленно исходное неравенство А>В, имеем 2А>2В+А, откуда

А>2В.

Итак, если А>В, то А>2В. Это означает, к примеру, что из неравенства 6>5 следует, что 6>10.

Разбор софизма.

Здесь совершен неравносильный переход от неравенства (1) к неравенству (2). Действительно, согласно условию, А> В, поэтому В-А <0.Это означает, что обе части неравенства (1) делятся на отрицательное число. Но согласно правилу преобразования неравенств при делении или умножении неравенства на одно и то же отрицательное число знак неравенства необходимо изменить на противоположный. С учетом сказанного из неравенства (1) вместо неравенства (2) получим неравенство А <В+А, прибавив к которому почленно исходное неравенство В <А, получим просто исходное неравенство А+В <В+2А.

При разборе софизмов я выделила несколько типичных ошибок :

1. пренебрежение условиями теорем, формул, правил;

2. ошибочный чертёж;

3. опора на ошибочные умозаключения.

Социальный опрос

Я решила провести исследование на знание софизмов. Опрос был проведён среди 20 человек разных возрастных категорий.

На первый вопрос: «Знаете ли вы, что такое софизмы?»

2 – 10% ответили, что знают;

5 – 25% ответили, что слышали;

13 – 65% ответили, что не знают.

На второй вопрос: «Знаете ли вы какие-либо софизмы?»

15 – 75% ответили, что не знают;

5 – 25% ответили, что знают.

Я задала еще один вопрос: «Хотели бы вы узнавать подобное на уроках математики?»

все 20 – 100% ответили да.

Вывод: таким образом, я выяснила, что подобные беседы, нравятся и будут сильно помогать ученикам в развитии по математике.

Заключение

Делаю вывод, что софизмы являются важным средством обучения математике.

При выполнении этой исследовательской работы я научилась решать некоторые нестандартные задачи, изучила историю софизмов.

Я думаю, что результативность моего исследования заключается в том, что, изучив материал работы, ученики получат глубокие знания в соответствующей области, разовьют свои творческие способности, логическое мышление, внимание, навыки исследовательской деятельности. История математики полна неожиданных и интересных софизмов, решение которых порой служило толчком к новым открытиям. Математические софизмы приучают внимательно продвигаться вперед, тщательно следить за точностью формулировок, правильностью записи чертежей, за законностью математических операций.

Понимание ошибок в софизме помогает развивать логику и навыки правильного мышления. Если нашел ошибку в софизме, значит, ты ее осознал, а осознание ошибки предупреждает от ее повторения в дальнейших математических рассуждениях.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1 . Учебник по логике Гетманова А.Д.

2.[www.wedsid.ru](http://www.wedsid.ru)

3. Элективные курсы по математике Морозова Е.В.

4. filosok.narod.ru

5. http://www.peterlife.ru/download%20free%20online/humanities/fl \_5\_a5.htm

6. http://www.tmn.fio.ru/works/60x/306/06\_2.htm

7.http://www.golovolomka.hobby.re/books/gardner/gotcha/ch2/02.html