Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Кармалинская средняя общеобразовательная школа»
Нижнекамский район Республика Татарстан

Исследовательская работа

"Симметрия на плоскости"

"Симметрия на плоскости"

Выполнил работу:
ученик 10 класса
Мартьянов Николай
Научный руководитель:
учитель математики
Кобякова Надежда Николаевна

2008-2009 год

Содержание

Введение

> Симметрия является той
> идеей, посредствам которой
> человек на протяжении веков
> пытался постичь, и создать
> порядок, красоту
> и совершенство.

С симметрией мы встречаемся везде - в природе, технике, искусстве, науке. Вспомним, например симметрию, свойственную бабочке и кленовому листу, симметрию атомной структуры молекул и кристаллов.
Понятие симметрии проходит через всю многовековую историю человеческого творчества. Оно встречается уже у историков человеческого знания: его широко используют все без исключения направления современной науки. Принципы симметрии играют важную роль в физике и математике, химии и биологии, технике и архитекторе, живописи и скульптуре, поэзии и музыке. Законы природы, управляющие неисчерпаемой в своем многообразии картиной явлений, в свою очередь, подчиняются принципам симметрии.
Можно привести не мало примеров, демонстрирующих правильность формы (симметричность) объектов или предметов, созданных человеком. Прежде всего, архитектурные сооружения. Например, здания Большого театра в Москве.
Практически все транспортные средства, начиная с телеги и кончая реактивным лайнером. Предметы домашнего обихода (посуда, мебель). Некоторые музыкальные инструменты: обычная гитара, скрипка, барабан…

Действительно, творение человеческих рук часто имеют симметричную форму (хотя и не всегда; представьте, например, рояль или арфу). Чем же объясняется часто присутствие симметрии в человеческом творчестве?

Симметрия формы того или иного объекта можно определяться целесообразностью. Никому не нужен кривобокий теплоход или самолет с крыльями разной длины. Кроме того, симметричные объекты красивы.(см.ил.61-63). По- видимому, идея симметрии органически присуща всему человеческому творчеству. Однако было бы неправильно думать, что симметрия присутствует в основном в творениях человека, тогда как природа предпочитает проявляться в несимметричных (или, как еще говорят, ассиметричных) формах. С симметрией в природе мы встречаемся не менее часто, чем в человеческом творчестве. Именно природа издавна учила человека понимать симметрию, а затем и пользоваться ею. Кто не любовался симметричными формами снежинок, кристаллов, листьев, цветов? Симметричны животные, рыбы, птицы, насекомые. Симметрично человеческое тело. Симметричные объекты окружают нас буквально со всех сторон. Но не только объекты. Симметрия присутствует также в регулярности смены дня и ночи, времени года. Она проявляется в ритмическом построении стихотворения. Фактически мы имеем дело с симметрией везде, где наблюдается какая- либо упорядоченность. Симметрия, понимаемая в самом широком смысле, противостоит хаосу, беспорядку.

Получается, что симметрия- это уравновешенность, упорядоченность, красота, совершенство, наконец, целесообразность. Однако такое определение симметрии выглядит слишком обще и неконкретно. А что именно понимается под термином «симметрия» конкретно?

Термин «симметрия» по - греческие означает «соразмерность, пропорциональность, одинаковость в расположении частей». Но такое определение симметрии неконкретно.

Математически строгое представление о симметрии сформировалось сравнительно недавно - в XIX веке. В наиболее простой трактовке (по Г.Вейлю) современное определение симметрии выглядит примерно так: симметричным называется такой объект, который может как-то изменять, получая в результате то же, с чего начал.

То есть, современное представление о симметрии предполагает неизменность объекта по отношению к каким- то преобразованиям.

§1. Зеркальная симметрия

Что может быть больше, похоже
на мою руку или мое ухо, чем
их собственные отражения в
в зеркале? И все же руку,
которую я вижу в зеркале
нельзя поставить на место
настоящей руки…

Иммануил Кант

Поставьте перед собой на столе зеркало, положите перед ним бумагу и напишите два слова: «КОФЕ» и «ЧАЙ».

Взглянув в зеркало, вы увидите странную картину: слово «КОФЕ» сохранило свое значение, а буквы второго слова перевернулись «вверх ногами».

Буквы слова «КОФЕ» также перевернулись, но т.к. они симметричны относительно горизонтальной оси, то их начертания в зеркале не изменились.

Каждый из нас может легко получить симметричную фигуру, сделав кляксу на листе бумаги, затем перевернув лист и слегка прижав его половинки. (рис.1)

Предположим, что одна половинка объекта является зеркальным двойником по отношению к другой его половине. Такой объект называют зеркально симметричным. Он преобразуется сам в себя при отражении в соответствующей зеркальной плоскости; эту плоскость называют плоскостью симметрии (7)

В случае двумерного (плоского) объекта вместо плоскости симметрии рассматривается ось симметрии - линия пересечения плоскости симметрии с плоскостью объекта. В случае одномерного (линейного) объекта рассматривается центр симметрии - точка пересечения прямой объекта с плоскостью симметрии.

На рисунке 2 приведены примеры зеркально симметрических объектов:

а) одномерный объект (O - центр симметрии)

б) двумерный объект (MN- ось симметрии)

в) трехмерный объект (S- плоскость симметрии)
Одномерный объект имеет не более одного центра симметрии. Двумерный объект может иметь несколько осей симметрии, а трехмерный несколько плоскостей симметрии. Так, например, правильный шестиугольник имеет шесть осей симметрии. Так, например, правильный шестиугольник имеет шесть осей симметрии. Бесконечное число осей симметрии имеют шар, круговой цилиндр, круговой конус, элипсиод вращения.

Вернемся к нашему примеру со словами «ЧАЙ» и «КОФЕ» (они написаны согласными печатными буквами). Но теперь поставим зеркало так, чтобы линия пересечения плоскости зеркала с плоскостью листа делила эти слова пополам по горизонтали. И что же мы видим? Слово «КОФЕ» неизменным, тогда как слово «ЧАЙ» изменилось до неузнаваемости. Этот «фокус» имеет простое объяснение. Разумеется, зеркало одинаковым образом отражает нужную половину слов. Однако в отличии от слова «ЧАЙ» слово «КОФЕ» обладает горизонтальной осью симметрии: именно по этому оно не искажается при отражении в зеркале.
Допустим, что объект характеризуется единственной плоскостью (осью) симметрии. Разрежем объект по плоскости (ось) симметрии на две половинки. Эти две половинки являются, очевидно, зеркальными изображением другой.

Существенно, что сама по себе каждая из половинок зеркально асимметрична. Рассматриваемые половинки энантиоморфами.

Энантиоморфы- это пара зеркально асимметричных объектов (фигур), являющихся зеркальным изображением один другого. Энантиомофами могут быть отдельные объекты, но могут быть и половинки соответствующим образом разрезанного объекта. Чтобы различить Энантиоморфы в данной паре, вводят обозначения «левый» и «правый». Один из энантиоморфов левый, а другой правый. Не имеет принципиального значения, традиции, привычки. На рисунке 4 приведены примеры

-трехмерный энатиоморфов (рис. а, б)

-двумерных энантиоморфов (рис. а, б)

Двумерные энантиоморфы нельзя совместить друг с другом никакими перемещениями и поворотами в пространстве этих энантиоморфов, то есть в плоскости. Для этого, чтобы совместить их надо выполнить поворот в трехмерном пространстве:

перевернуть плоскость обратной стороной. Что же касается трехмерных энантиоморфов, то для их совмещения потребовался бы поворот в четырехмерном пространстве. Выполнить такой поворот и даже представить его мысленно, очевидно, невозможно. Поэтому для трехмерных энантиоморфов справедливо утверждение: никакие переменные или повороты не в состоянии обратить левый энантиоморф в правый и наоборот. (13)

§2. Повторная симметрия

Предположим, что объект совмещается сам с собой при повороте вокруг некоторой оси на угол, равна 360°/ n (или кратный этой величине), где n =2,3,4… В этом случае говорят о поворотной симметрии, а указанную ось называют поворотной осью n- го порядка. Например буквы «И» и «Ф» имеют поворотную ось 2- го порядка, а египетская пирамида- поворотную ось 4- го порядка. На рисунке 5 даны примеры простых объектов с поворотными осями разного порядка – от второго до пятого. У трехмерного объекта может быть несколько поворотных осей. Например, первый объект на рис.5 имеет не одну, а 3 поворотных оси второго порядка, второй объект имеет наряду с поворотной осью 3- го порядка три поворотные оси 2- го порядка, третий объект имеет наряду с поворотной осью четвертого порядка четыре поворотные оси 2- го порядка (дополнительные поворотные оси показаны на рисунке штриховыми прямыми).

Рассмотрим куб. Легко сообразить, что он имеет три поворотные оси 4- го порядка (рис 6.а). При более внимательном рассмотрении обнаруживаются шесть поворотных осей 2- го порядка, проходящих через противоположных параллельных ребер (рис. 6. б), а также четыре поворотные оси 3- го порядка, совпадающие с внутренними диагоналями куба (рис. 6. в). Таким образом, куб имеет всего 13 поворотных осей, среди которых встречаются оси 2- го, 3- го, 4-го порядка.

Интересна поворотная симметрия кругового цилиндра. Он имеет бесконечное число поворотных осей 2- го порядка и одну поворотную ось бесконечно высокого порядка (рис 6. г).

Для описания симметрии конкретного объекта надо указать все поворотные оси и их порядок, а также все плоскости симметрии.

§3. Зеркально – поворотная симметрия.

Вырежем из плотной бумаги квадрат и впишем внутрь его косо другой квадрат (рис 7). Затем отогнем углы бумаги по линиям, ограничивающим внутренний квадрат (соседние углы отгибаются в противоположные стороны). В результате получим объект, показанный на рисунке В. Он имеет поворотную ось 2- го порядка (ось АВ) и не имеет плоскостей симметрии. Будем рассматривать наше изделие сначала сверху, а затем снизу (с противоположной стороны листа). Мы обнаружим, никакого различия между «верхом» и «низом» нет; в обоих случаях объект выглядит одинаково. И в связи с этим возникает мысль, что поворотная симметрия 2-го порядка не исчерпывает всей симметрии данного объекта.

Дополнительная симметрия, которой обладает наш объект, это так называемая зеркально- поворотная симметрия: объект совмещается сам собой в результате поворота на 90^o вокруг оси АВ и последующего отражения плоскостью CDEF. Ось АВ называют зеркально – поворотной осью 4- го порядка. Таким образом, здесь наблюдается симметрия относительно двух последовательно выполненных операций поворота на 90^o и отражения в плоскости, перпендикулярной к оси поворота (13).

§4 Переносная (трансляционная) симметрия.

Рассмотрим плоскую фигуру, изображенную на рисунке (9. а). При переносе вдоль прямой АВ на расстояние s (или кратной этой величине) фигура совмещается сама собой. В этом случае говорят о переносной, или трансляционной, симметрии. Прямая АВ называется осью переноса, а расстояние s- элементарным переносом или периодом. Строго говоря, симметричная по отношению к переносам фигура должна быть бесконечно длинной в направлении оси переноса. Однако понятие переносной симметрии применяют и в случае фигур конечных размеров, имея в виду наблюдаемое или переносное частичное совмещение фигуры. Из рисунка (9. б) видно, что при переносе конечной фигуры на расстояние s вдоль прямой АВ наблюдается совмещение участка 1 и участка 2.

С переносной симметрией связано важное понятие двухмерной периодической структуры – плоской решетки. Плоская решетка может быть образована в результате пересечения двух семейств параллельных, равноотстоящих друг от друга прямых (рис 10). Точки пересечения прямых называют узлами решетки. Чтобы задать решетку, достаточно задать ее элементарную ячейку и затем переносить эту ячейку параллельно самой себе вдоль прямой АВ на расстоянии, кратном b. Затем, что элементарную ячейку данной решетки можно выбрать разными способами. Так, можно выбрать в качестве элементарной ячейку, которая на рисунке 10 закрашена красным цветом. Однако можно было бы воспользоваться и любой из заштрихованных на рисунке ячеек.

Переносная симметрия плоской решетки полностью определяется совокупностью двух векторов (векторы $\vec{s}$ и $\vec{b}$ рисунке 10). Различают пять типов плоских решеток (пять типов переносной симметрии на плоскости); они показаны на рисунке 11.

а) $s=b$, $\gamma=90°$ (квадратная решетка);
б) $s\neq b$, $\gamma=90°$ (прямоугольная решетка);
в) $s=b$, $\gamma=60°$ (гексагональная решетка);
г) $s=b$, $\gamma=90°$, $\gamma=60°$ (ромбическая решетка);
д) $s\neq b$, $\gamma\neq90°$ (косая решетка).

С переносной симметрией в трехмерном пространстве связано понятие трехмерной периодической структуры – пространственной решетки. Такая решетка может рассматриваться как результат пересечения трех семейств параллельных плоскостей. Переносная трехмерной решетки определяется совокупностью трех векторов, задающих элементарную ячейку решетки. Всего существует 14 типов пространственных решеток, различающихся по типу переносной симметрии. Иначе говоря, существует 14 типов решеток Вравэ (Вравэ французский кристаллограф XIX века).

§5. «Соседство» переносной и поворотной симметрии.

Переносная и поворотная симметрии могут «соседствовать» друг с другом. Так, квадратная решетка (рис 11.а) обладает поворотной симметрией 4- го порядка, а гексагональная решетка (рис 11.в) – поворотной симметрии 6- го порядка. Число поворотных осей у решетки, как нетрудно сообразить, бесконечной решетки (поворотной оси 4- го порядка) проходят через центр каждой квадратной ячейки, а также через каждый угол решетки.

Однако переносная и поворотная симметрия – соседи «неуживчивые». При наличии переносной симметрии возможны поворотные оси лишь 2,3,4 и 6- го порядка.
Докажем это.

Пусть точки А и В на рисунке 12 – узлы некоторой плоской решетки ($|AB|=a$). Предложим, что через эти узлы перпендикулярно к плоскости решетки приходят поворотные оси n-го порядка. Повернем решетку вокруг оси А на угол $\alpha = 360°/n$, обозначим через С новое положение угла В. Если бы решетка была повернута на угол α вокруг оси В в другую сторону, то узел А занял положение D. Наличие переносной симметрии требует, чтобы точки С и D совпадали с узлами решетки. Следовательно $|CD|=m|AB|$ma, где m- целое число. Из равнобочной трапеции ABCD (см. рис12) следует, что $|CD|= a\pm 2a* COS\ \alpha$. Таким образом, а $(1\pm 2COS\ \alpha)=ma$, то есть $COS\ \alpha= \pm(m-1)/2$. Поскольку $|\ COS\ \alpha\ |$ не принадлежит 1, то, следовательно -2 не принадлежит (m-1) не принадлежит 2. Отсюда видно, что возможно лишь следующие пять случаев:

1) $m=-1$, $COS\ \alpha =-1$, $\alpha=180°$, $n=2$ (поворотная симметрия 2- го порядка)
2) $m=0$, $COS\ \alpha =-1/2$, $\alpha=120°$, $n=3$ (поворотная симметрия 3- го порядка)
3) $m=1$? $COS\ \alpha =0$, $\alpha=90°$, $n=4$ (поворотная симметрия 4- го порядка)
4) $m=2$, $COS\ \alpha =1/2$, $\alpha=60°$, $n=6$ (поворотная симметрия 6- го порядка)
5) $m=3$, $COS\ \alpha =1$, $\alpha=0°$

Мы видим, таким образом, что при наличии переносной симметрии принципиально невозможны поворотной симметрии.
Принципиально невозможны повторные оси 5-го порядка, а также всех порядков выше 6-го. (13)

§6. Скользящая плоскость (ось) симметрии.

Ранее было показано, что с последовательно выполняемыми операциями поворота и отражения может быть связан новый тип симметрии – зеркально-поворотная симметрия, комбинирование поворотов или отражений с переносами так же может выявить новые типы симметрии. В качестве примера отметим симметрию, отвечающую наличию так называемой скользящей плоскости симметрии (точнее, скользящей оси симметрии, так как рассматривается плоская фигура). На рисунке 13 изображена фигура, обладающая переносной симметрией вдоль оси AB с периодом 2a.

Нетрудно видеть, что здесь имеет место еще один тип симметрии – симметрия относительного переноса вдоль оси AB с периодом a и последующей осью симметрии с периодом a. (1)

Внеклассное занятие по теме:
«Симметричные фигуры».

Одним из условий успешного усвоения учащимися систематического курса геометрии является наличие у них хорошо развитых пространственных представлений.

Запаса пространственных представлений, накопленных ранее, явно недостаточно и для усвоения планиметрии, тем более для усвоения геометрии трехмерного пространства, поэтому задача дальнейшего их развития у учащихся в процессе изучения геометрии является одной из пространственных задач.

Наиболее эффективным средством для развития пространственных представлений у учащихся является использование наглядности в учебном процессе: примеры из окружающей действительности, модели геометрических фигур из картона и проволоки, специально изготовленные рисунки на плакатах и кодопленках, и многое другое.

Большая роль в развитии пространственных представлений отводится устным задачам, в том числе задачам на готовых чертежах.

Большое место в процессе изложения курса геометрии должно быть отведено выполнению чертежей на доске и в тетрадях с использованием различных цветов (цветных карандашей, фломастеров).

Следует уделять особое внимание развитию логического мышления учащихся, постоянно выбирать у них необходимость обосновывать высказываемые положения, начиная такую работу прямо с начала изучения, начиная такую работу прямо с начала изучения курса геометрии после введения первых аксиом. Изучение геометрии предполагает постоянное развитие творческой, самостоятельной работы учащихся на уроке и дома. При изложении курса следует постоянное вырабатывать у учащихся устойчивое внимание, сосредоточенность, умение сочетать прослушивание рассказа учителя с записями в тетрадях основных мыслей; с этой целью на определенном этапе обучения необходимо практиковать на уроке рассказ-лекцию, проводить итоговые уроки по достаточно большим темам в виде обобщающей лекции.

В процессе преподавания курса геометрии необходимо постоянно заботиться о развитии интереса учащихся к изучаемой теории, постоянно к историческому материалу, к производственным задачам, аргументировано мотивировать изучение программных вопросов. (10)

В учебники Л.С. Атанасяна и др. рассматривается специальная глава «Перемещения, равенство фигур», где вводятся понятия центральной и осевой симметрии и изучаются прошествии свойства фигур, имеющих центр и ось симметрии.

Я хочу предложить вам план занятия для младшего звена школьников:

Тема: «Симметричные фигуры»

Цели:

Введение нового понятия «симметричные фигуры»; показать как можно увидеть фигуру симметричную данной при помощи зеркала; развивать у учеников пространственного представления, аккуратность, логическое мышление, умение выполнить чертеж как в тетради, так и на доске. Вырабатывать у детей необходимость обосновывать и доказывать правильность своих предложений.

Ход занятия.

А сейчас, ребята, я хочу вам рассказать интересную историю.

Однажды веселые человечки – Карандаш, Буратино и Самоделкин решил определиться в путешествие по реке на плоту. Но для того им надо было сделать плот самим. Карандаш нарисовал 4 одинаковых квадратика и Самоделкин решил определиться в путешествие по реке на плоту. Но для этого им надо было сделать плот самим. Карандаш нарисовал 4 одинаковых квадратика и Самоделкин начал мастерить из них плот. Но чтобы смастерить плот, нужен чертеж. Буратино и Самоделкин стали чертить«плоты» на бумаге и вот что у них получилось (рис.38): Самоделкин нарисовал плот и поставил под ним цифру 1, а Буратино нарисовал плот и поставил под ним цифру 2, затем положил свой чертеж рядом с рисунком Самоделкина (на доске появляется красочный чертеж двух плотов) и внимательно посмотрел на рисунки.

- А разве они не одинаковы? – неуверенно произнес он. – По-моему, они имеют одну и ту же форму.

- Проверь это сам, - живо отозвался Карандаш. – Нарисуй точно такой же плот, как и плот номер 1, закрась его и попробуй наложить на плот номер 2, так чтобы они совпали. Если это получится, то плот номер 1 и номер 2 имеют одну и ту же форму. Если не получится, то разную.

Ребята, давайте и мы с вами одинаковые эти плоты или нет.Увас на столах есть рисунок с двумя плотами и один плот вырезанный из бумаги (такой же как плот номер 1). Ну, как получилось? (если у кого-то получится, спросить как?)

У Буратино получилось! Но Самоделкин не как не мог понять как это произошло. (если дети не могут сказать как, то объясняет карандаш).

- Чтобы плот Буратино смог наложиться на плот номер 2, ему пришлось его перевернуть. Видите (показать на доске): теперь он лежит закрашенной стороной вниз. Если же плот не переворачивать, то наложить его на плот номер 2 никак не удается.

Попробуйте наложить вырезанный плот на плот 2.

Не переворачивайте! Получилось? А теперь переверните.

Ну, как, удалось?

Самоделкин сказал:

- Я понял, нужно различать верх и низ. Тогда плоты номер 1 и номер 2 имеют разную форму. Но ведь путешественнику на плоту на плоту не все равны, где у плота верх, а где низ. Так что переворачивать наши плоты не будем.

Тут Карандаш ненадолго задумался, а потом лукаво посмотрел на своих друзей и произнес:

- Но если вам очень уж хочется превратить какой – нибудь из этих плотов в другой, не переворачивая, то я могу показать один интересный и необычный способ, как это сделать. Хотите? (вопрос к ребятам)

- Конечно, хотим! – ответили человечки. Карандаш сказал:

- Тогда следите внимательно за тем, что я буду делать.

Карандаш взял листок бумаги и нарисовал на ней два плота. Точно такие же, как плоты 1 и 2. Посередине между ними он провел прямую линию (рис. на доске, а ученики нашли такой же рисунок у себя на парте). Потом взял зеркало и поставил его вертикально на эту прямую. Веселые человечки, не отрываясь, следили за тем, что делал карандаш. Когда он поставил зеркало, они сразу же заглянули в него и увидели…

Ребята, возьмите зеркало, поставьте его вертикально на линию, которую нарисовал Карандаш. Что вы видите в зеркале? (ребята отвечают, что они видят)

- Ой!- удивленно воскликнул Буратино. Мы же один плот зеркалом отгородили. А он снова тут, виден точно так же как будто зеркала и нет. Карандаш сказал:

- Второй плот мы действительно, отгородили. И его, конечно, не видим. А в него «превратился» правый плот, отразившись в зеркале. Мы видим это отражение. Каждый из этих плотов превращается в зеркале в другой. Можно сказать, что каждый из них – зеркальное отражение другого. Вот, например эти два треугольника, эти две линии симметричны друг другу (рис. 39).

Проверьте с помощью зеркала, что эти треугольники и линии симметричны. Придумайте и нарисуйте какие - либо фигуры, симметричные друг другу. (посмотреть, что нарисовали ребята; исправить, если допущены ошибки).

Буратино нарисовал еще один плот (рис. 40). Но оказалось, что когда к такому плоту приставить зеркало, то в зеркале будет точно такой же плот! Буратино очень удивился. Карандаш сказал:

- Видишь, для твоего нового плота симметричный ему имеет точно такую же форму. Про такую фигуру говоря, что она симметрична самой себе. Или просто, она симметрична. Карандаш нарисовал такой же плот и провел прямую не рядом с ними, а через него (рис. 41 и чертеж на доске). Затем он приставил к этой прямой зеркало. Что тогда увидели веселые человечки в зеркале?- Отражение в зеркале имеет точно такую же форму, что и половина плот, закрытая зеркалом. Так что перед ними как будто снова целый плот.

Ребята, нарисуйте в тетрадках вот такие плоты (рис. 42 и рисунок на доске) и проведите через них прямую. Проверьте с помощью зеркала, правильно ли вы ее провели.

Задание:

Сколько таких осей симметрии у прямоугольника?-2. А у квадрата- 4. Нарисуйте.

Теперь нарисуйте в тетрадях такие плоты (рис. 43 и на доске). Оп другую сторону от прямой линии напротив каждого из них нарисуй симметричный ему плот. 3 в классе, а последний сделайте дома.

Урок окончен.

Литература

1. Атанасян Л.С. и др. Геометрия 6-8. – Просвещение, 2003.
2. Болтянский В.Г. Математика атакует родителей. – Педагогика, 1973.
3. Воротников И.А. Занимательное черчение. Просвещение, 1950.
4. Житомирский В.Г., Шеврин Л.Н., Путешествие по стране Геометрии. – Педагогика, 1991.
5. Колмогоров А.Н. Математика – наука и профессия. – Наука. Гл. ред. Физ.- мат. лист., 1988.
6. Перелеман Я.И. Занимательная геометрия. – Гос. изд. техн. – теор. лист., 1950.
7. Погорелов А.В. Геометрия 7-11. Просвещение 2003.
8. Тарасов А.В. Этот удивительно симметричный мир: Пособие для учащихся. Просвещение 1980.
9. Френдель Г. Математика в науке и вокруг нас. – Мир, 1977.

Приложение

Передача симметрии и асимметрии в композиции

Художники разных эпох использовали **симметричное** построение картины. Симметричными были многие древние мозаики. Живописцы эпохи Возрождения часто строили свои композиции по законам симметрии. Такое построение позволяет достигнуть впечатления покоя, величественности, особой торжественности и значимости событий (ил. 61).

61

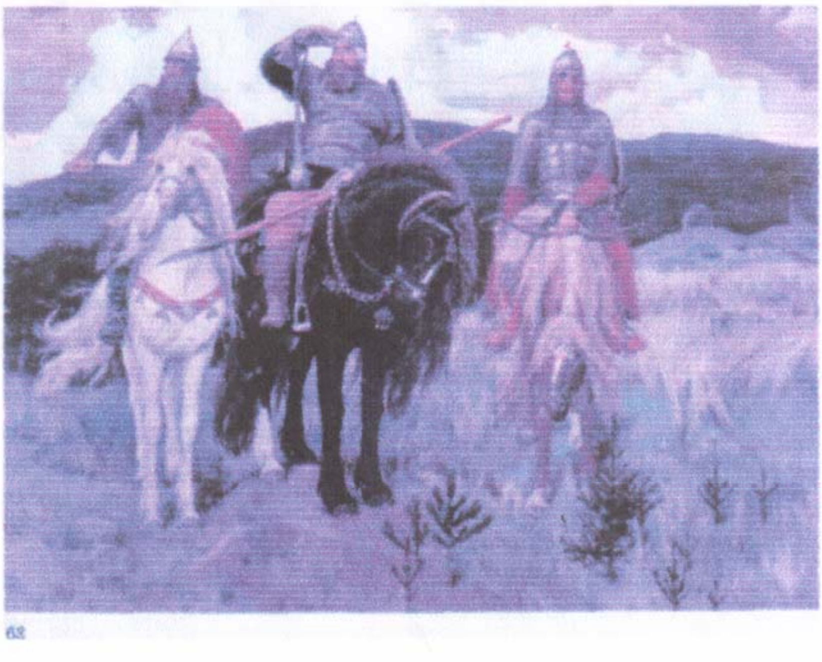
61. РАФАЭЛЬ.
Сикстинская мадонна

В симметричной композиции люди или предметы расположены почти зеркально по отношению к центральной оси картины (ил. 62).

62

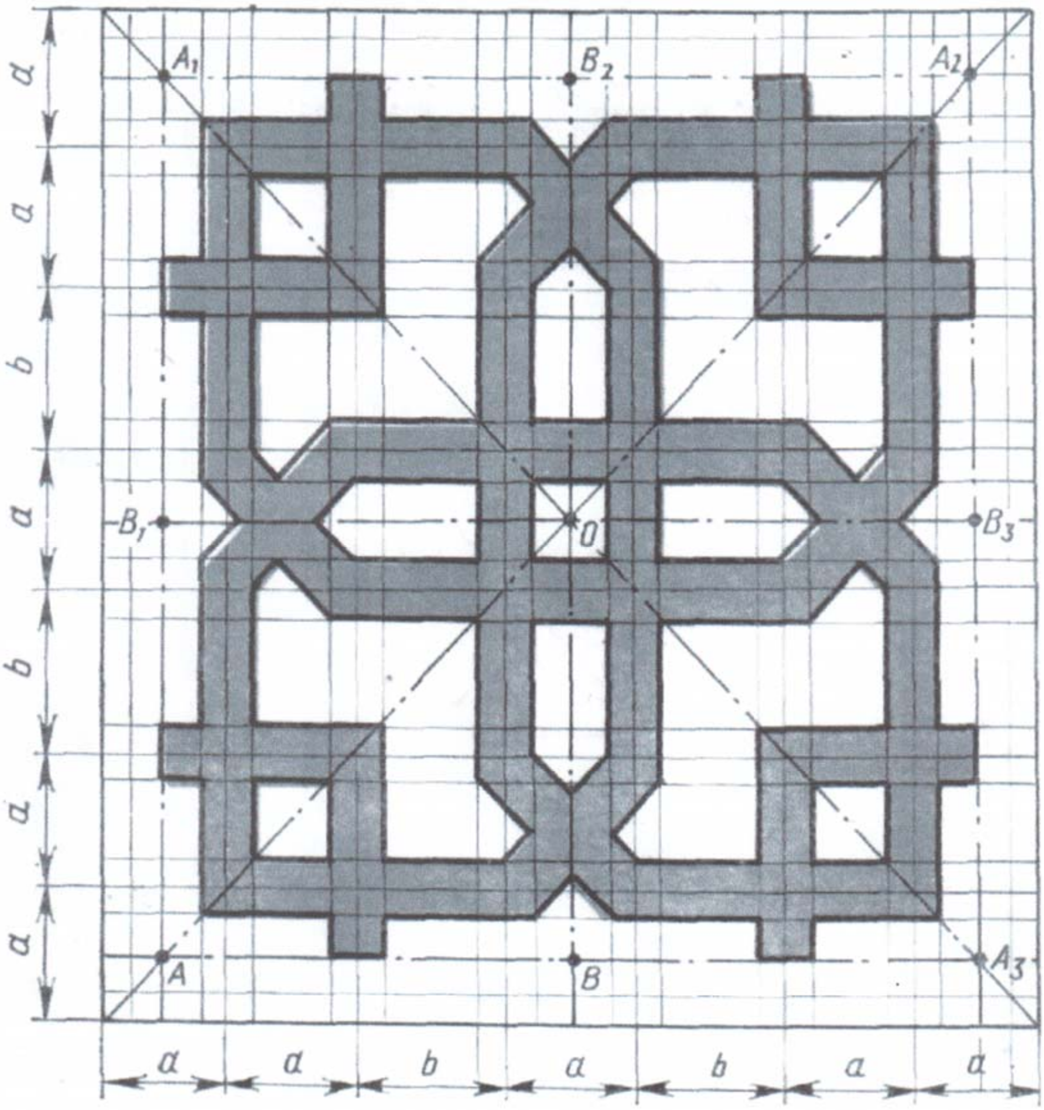
62. Ф. ХОДЛЕР.
Озеро Тан

Симметрия в искусстве основана на реальной действительности, изобилующей симметрично устроенными формами. Например, симметрично устроены фигура человека, бабочка, снежинка и многое другое. Симметричные композиции — статичные (устойчивые), левая и правая половины уравновешены.

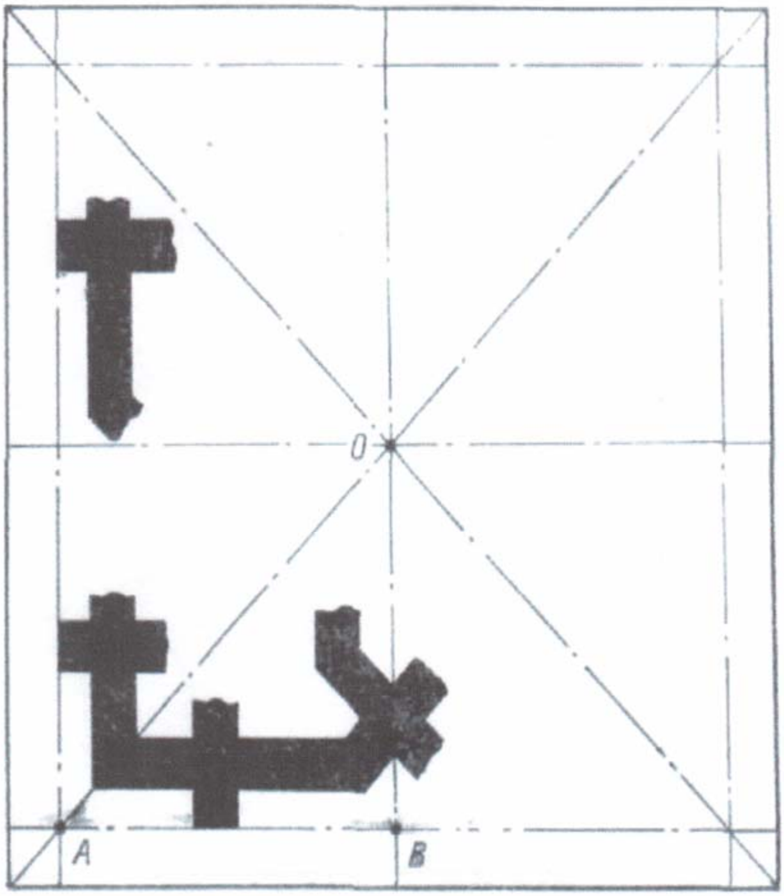


63

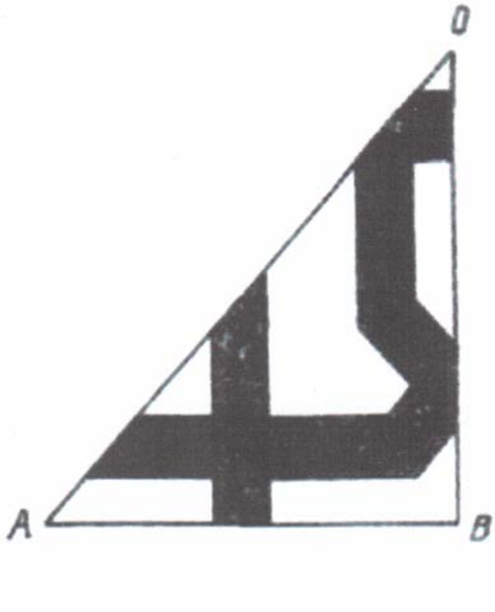
63. В. ВАСНЕЦОВ.
Богатыри



A1
B2
A2
B1
O
B3
A
B
A3
a
a
b
a
b
a
a



O
A
B



O
A
B

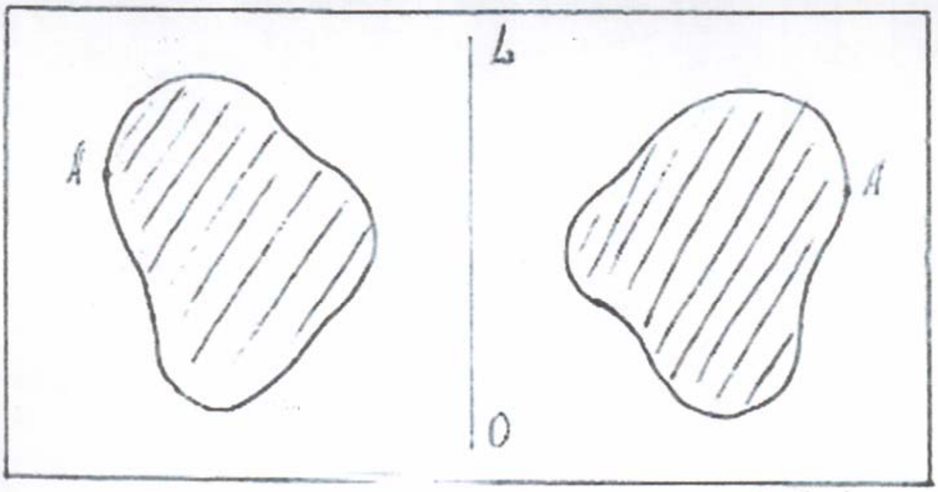


Рис. 1

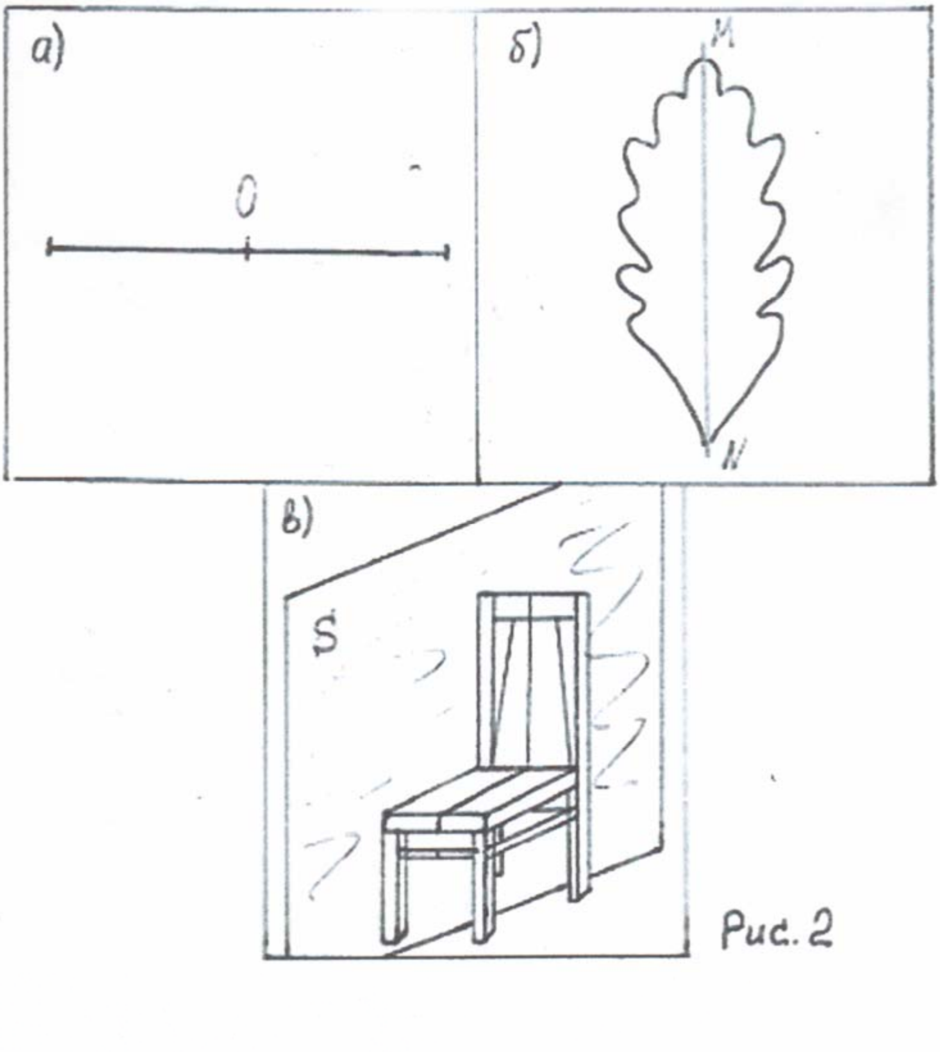


Рис. 2

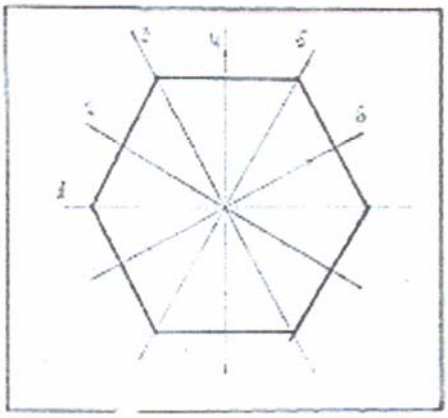
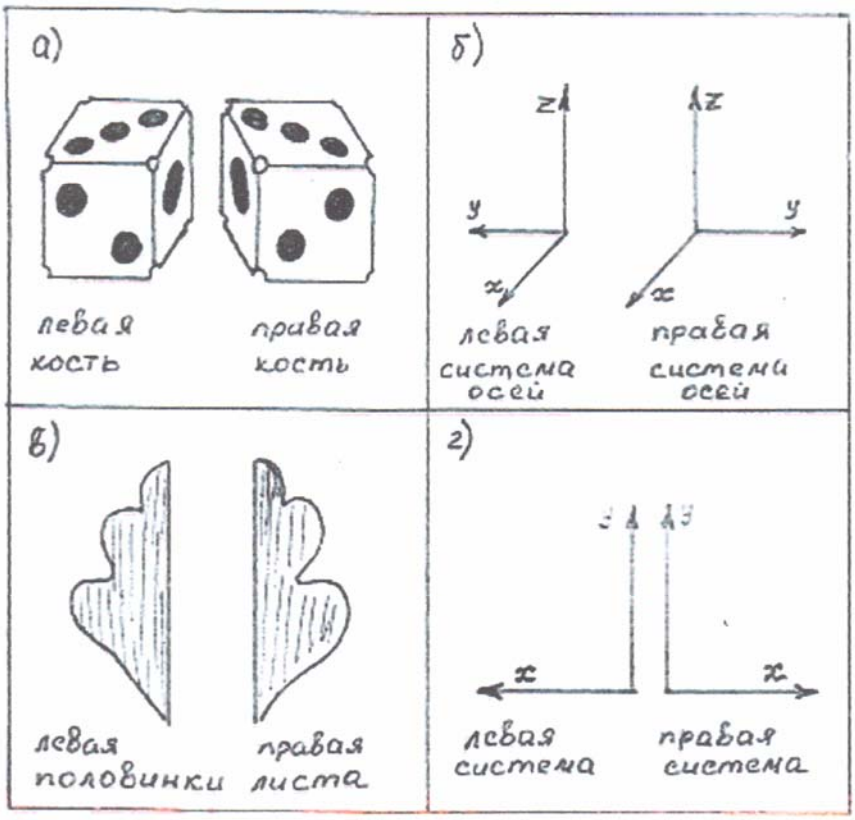


Рис. 3



а)
левая
кость
правая
кость
б)
z
y
x
левая
система
осей
правая
система
осей
в)
левая
половинки
правая
листа
г)
y
x
левая
система
правая
система

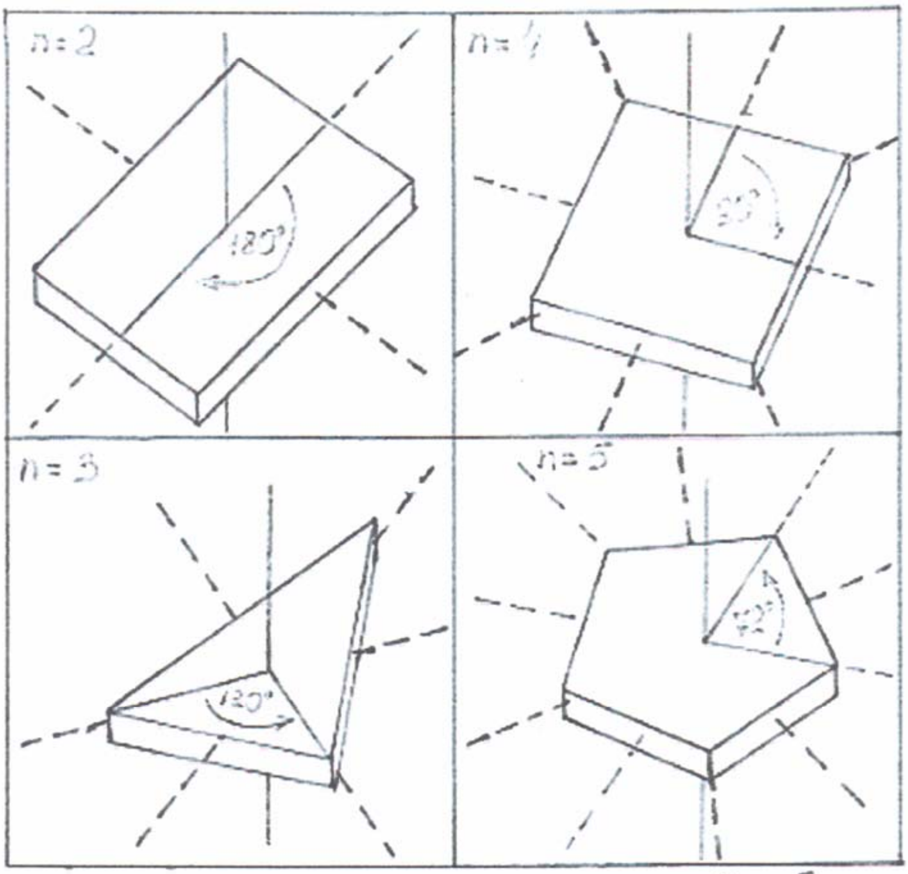


Рис. 5

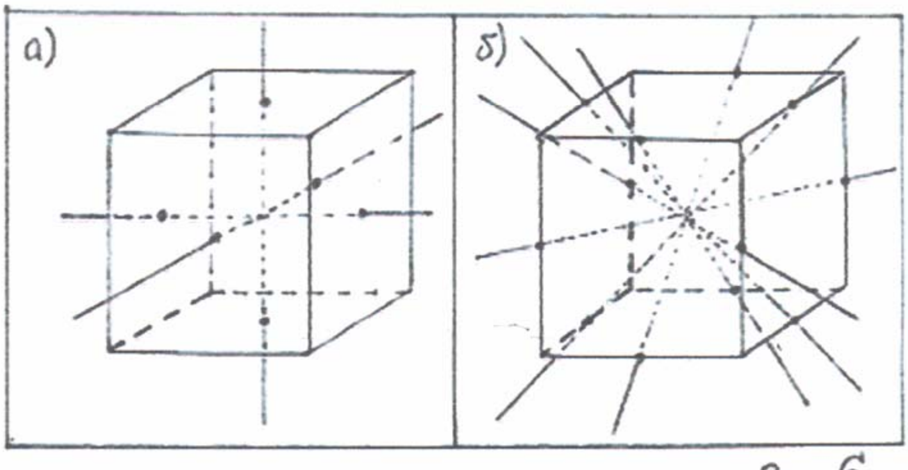


Рис. 6

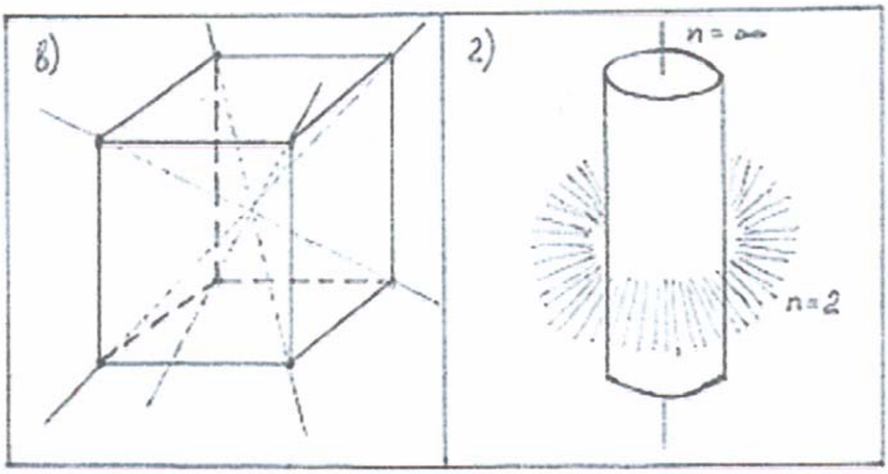


Рис. 6

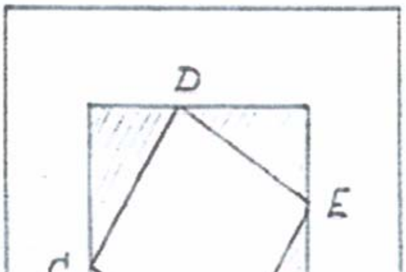


Рис. 7

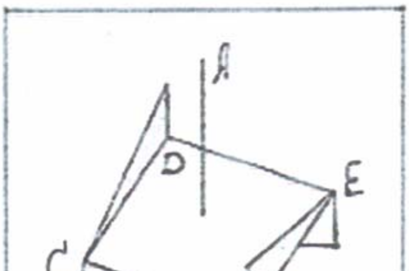


Рис. 8

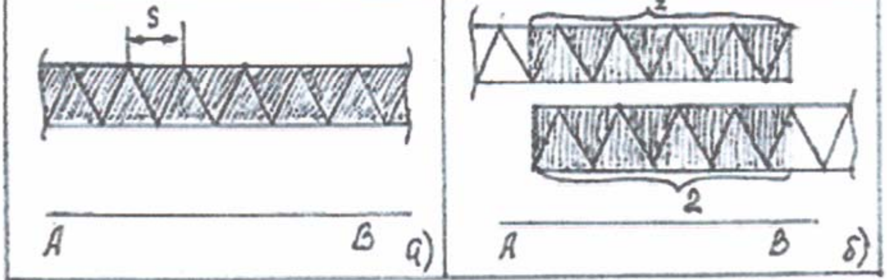


Рис. 9

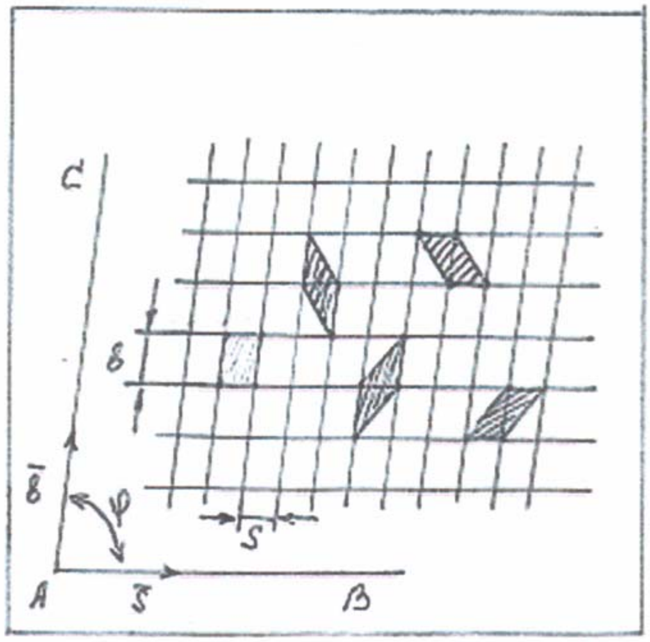

C
в
$\bar{в}$
φ
S
A
$\bar{S}$
B

Рис. 10

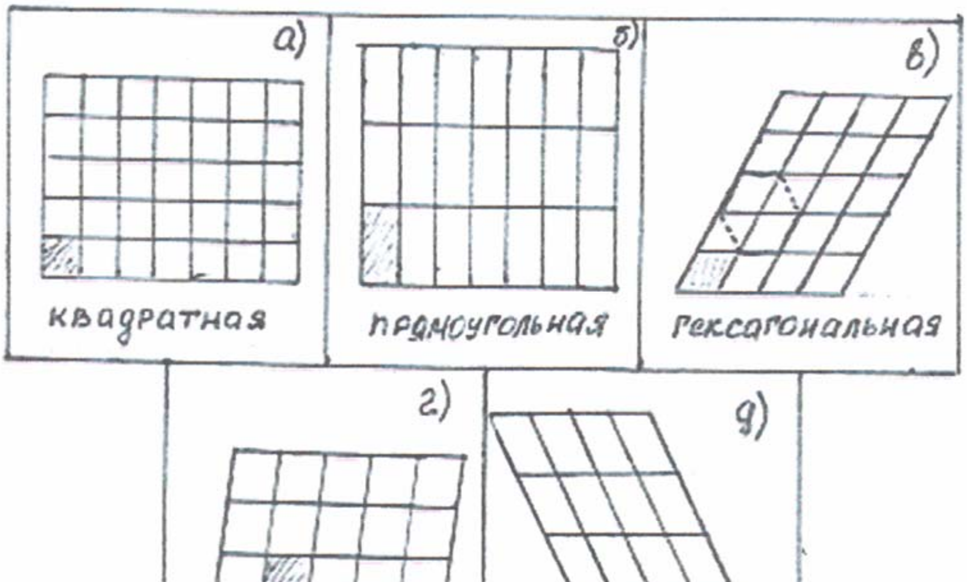

а)
квадратная
б)
прямоугольная
в)
гексагональная
г)
ромбическая
д)
косая

Рис. 11

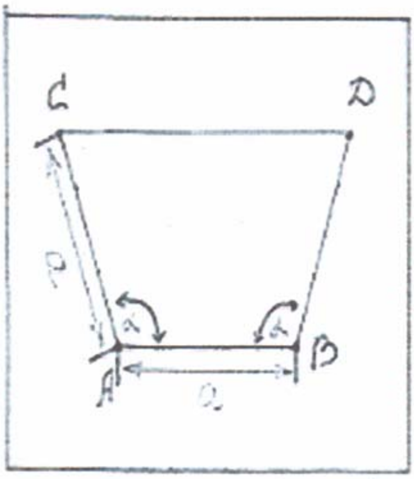


Рис. 12

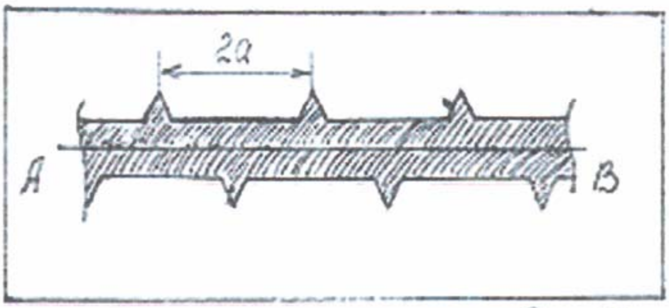


Рис. 13

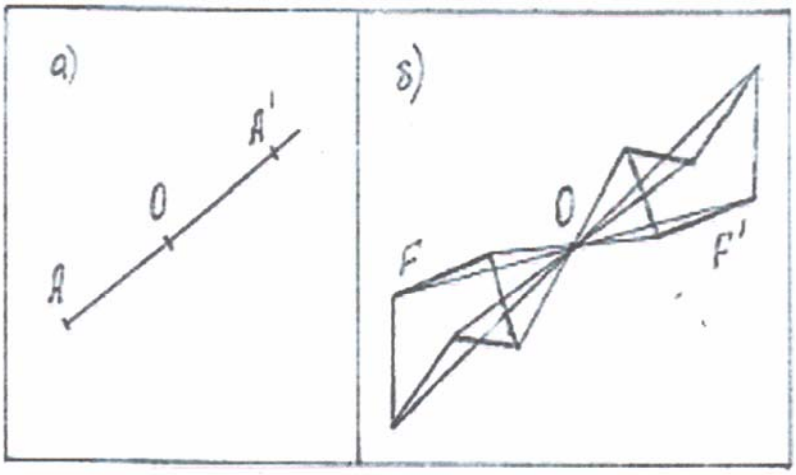


Рис. 14

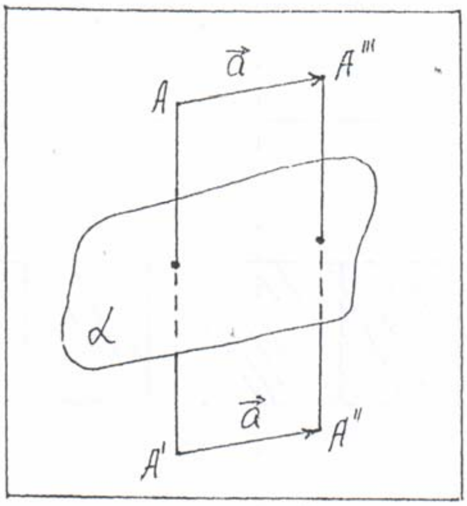


Рис. 37

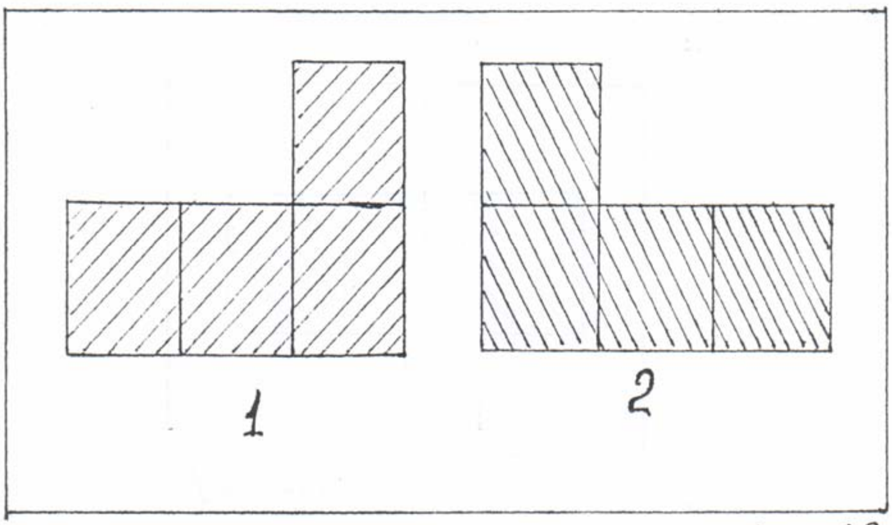


Рис. 38

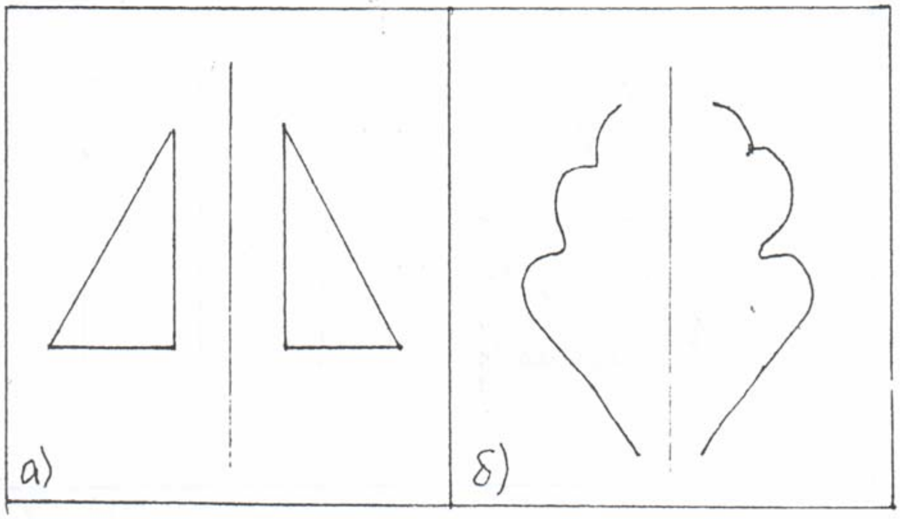


Рис. 39

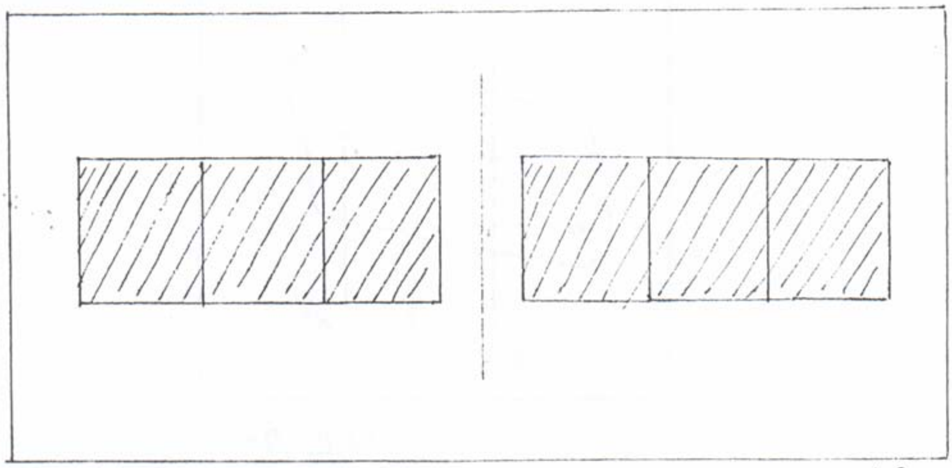


Рис. 40

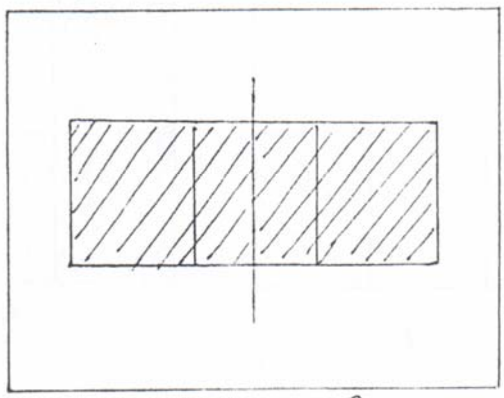


Рис. 41

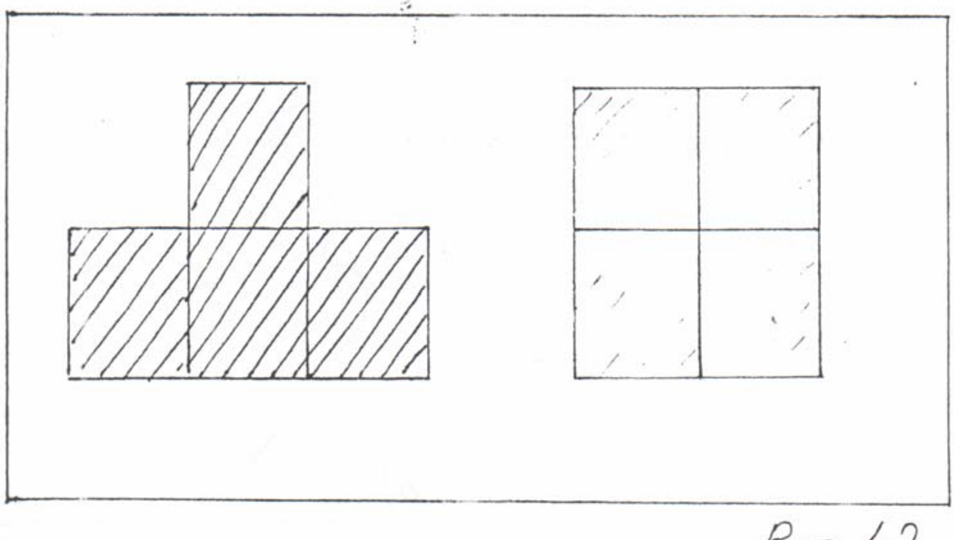


Рис. 42

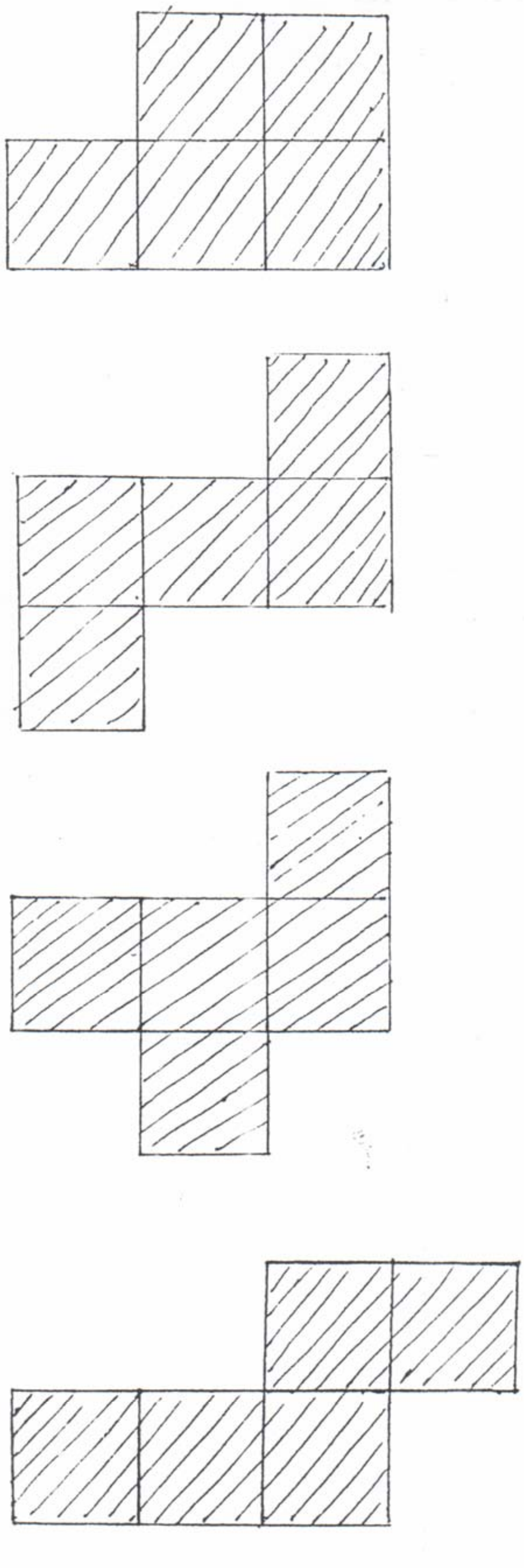


Рис. 43

Рис.1а

Рис.1б