

**МУНИЦИПАЛЬНОЕ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
ОДИНЦОВСКАЯ ГИМНАЗИЯ №4**

Научно – исследовательская работа.

**«Комплексные числа и их применение в
математике, физике и технике»**

Выполнил

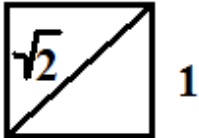

Ученик 10 класса

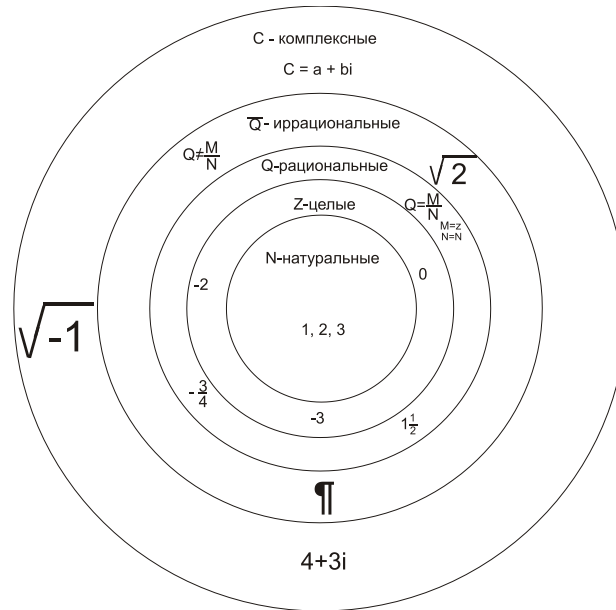
Путько Олег

**Научный
руководитель:**

Акимова Е.В.

Числа	Потребность человека	Потребность науки	
		Выполнимые операции	Невыполнимые операции
$n \in \mathbb{N}$	Счет предметов	"+" $6 + 3$ "x" 7×4	"—" $5 - 6$ ":" $1/2$
$n \in \mathbb{Z}$	Долг, измерение t, движение в обратном направлении	"+" $6 + 3$ "x" 7×4 "—" $5 - 7$	":" $6/7$
$n \in \mathbb{Q}$ $Q = m/n$ $m, n \in \mathbb{Z}$	Измерение площадей Деление целого на части	"+" , "x" "—" ":" на $x \neq 0$	$: 0$ c/d $\sqrt{\quad}$

$n \in \overline{\mathbb{Q}}$	 π C/d $\text{"+"}, \text{"-"}, \text{"X"},$ $\text{"\cdot"} \neq 0$	$\sqrt{5}$ $\text{"+"}, \text{"-"}, \text{"X"},$ $\text{"\cdot"} \neq 0$	$\sqrt{-3}$ $: 0$
$n \in \mathbb{R}$	$\text{"+"}, \text{"-"}, \text{"X"},$ $\text{"\cdot"} \neq 0$	$+, -, X, : \neq 0$ $\sqrt{5}$	$\sqrt{-3}$ $: 0$
$n \in \mathbb{C}$		$+, -, X, : \neq 0$ $\sqrt{-3}$	$: 0$



Комплéксное число

Число вида $z=a+bi$, где a и b – любые действительные числа, а i – мнимая единица, основное свойство которой

$$i^2 = -1$$

Сложение комплексных чисел

Определение

Суммой комплексных чисел $a + bi$ и $a' + b'i$ называют комплексное число $(a + a') + (b + b')i$. Это определение подсказывается правилами действий с обычными многочленами

Примеры

- $(-3 + 5i) + (4 - 8i) =$
- $= 1 - 3i$
- $(2 + 0i) + (7 + 0i) =$
- $= 9 + 0i$
- $(0 + 2i) + (0 + 5i) =$
- $= 0 + 7i = 7i$
- $(-2 + 3i) + (-2 - 3i) =$
- $= -4$

Вычитание комплексных чисел

Определение

Разностью комплексных чисел $a + bi$ (уменьшаемое) и $a' + b'i$ (вычитаемое) называется комплексное число $(a - a') + (b - b')i$

Примеры

- $(-5 + 2i) - (3 - 5i) =$
- $= -8 + 7i$
- $(3 + 2i) - (-3 + 2i) =$
- $= 6 + 0i = 6$
- $(2 + 3i) - (5 - 7i) =$
- $= 2 + 3i - 5 + 7i =$
- $= (2 - 5) + (3i + 7i) =$
- $= -3 + 10i$

Умножение комплексных чисел

Определение

Произведением комплексных чисел $a + bi$ и $a' + b'i$ называется комплексное число $(aa' - bb') + (ab' + ba')i$

Примеры

- $(1 - 2i)(3 + 2i) =$
- $= 7 - 4i$
- $(a + bi)(a - bi) =$
- $= a^2 + b^2$

Деление комплексных чисел

Определение

Разделить комплексное число $a + bi$ на комплексное число $a' + b'i$ – значит найти такое число $x + yi$, которое, будучи помножено на делитель, даст делимое

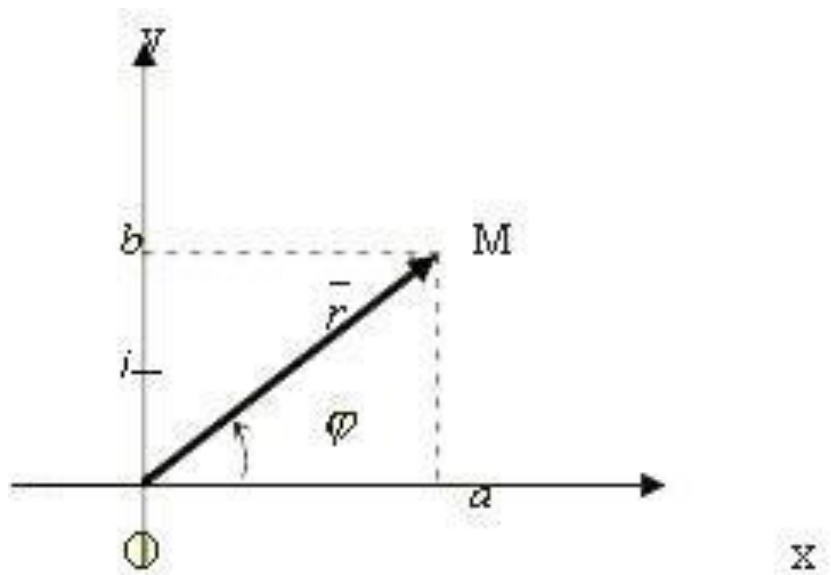
Примеры

- $(7 - 4i):(3 + 2i) =$
- $= 1 - 2i$
- $(-2 + 5i)/(-3 - 4i) =$
- $= -0,56 - 0.92i$

Модулем комплексного числа $z = a + ib$ называется длина вектора, соответствующего этому числу. **Аргументом** комплексного числа z не равного 0 называется величина угла между положительным направлением действительной оси и вектором $Z(r)$.

$z(r)$. $\varphi = \arg z$

$$|z| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Тригонометрическая форма записи
комплексного числа

$$z = r(\cos \phi + i \sin \phi)$$

$$\sin \phi = b / r$$

$$\cos \phi = a / r$$

$$a = r \cos \phi$$

$$b = r \sin \phi$$

$$x^2 + 2x + 5 = 0$$

$$D_1 = k^2 - ac$$

$$D_1 = 1 - 5 = -4. \quad (1)$$

$$x^2 + 2x + 5 = 0$$

$$D_1 = k^2 - ac$$

$$D_1 = 1 - 5 = -4. \quad (1)$$

$$x_1 = \frac{-k + \sqrt{|D_1|}i}{a}; \quad x_2 = \frac{-k - \sqrt{|D_1|}i}{a} \quad (2)$$

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{16}i}{2} = -1 + 2i; \quad x_2 = \frac{-2 - \sqrt{16}i}{2} = -1 - 2i.$$

$$z_1 + z_2 = (-1 + 2i) + (-1 - 2i) = -2$$

$$x^2 + 2x + 5 = 0$$

$$z_1 z_2 = (-1 + 2i)(-1 - 2i) = 1 - 2i + 2i - 4i^2 = 5.$$

Значит и в этом случае справедлива теорема Виета. Она справедлива для любого квадратного уравнения: если **z_1** и **z_2** – корни квадратного уравнения, **$az+bz+c=0$** , то

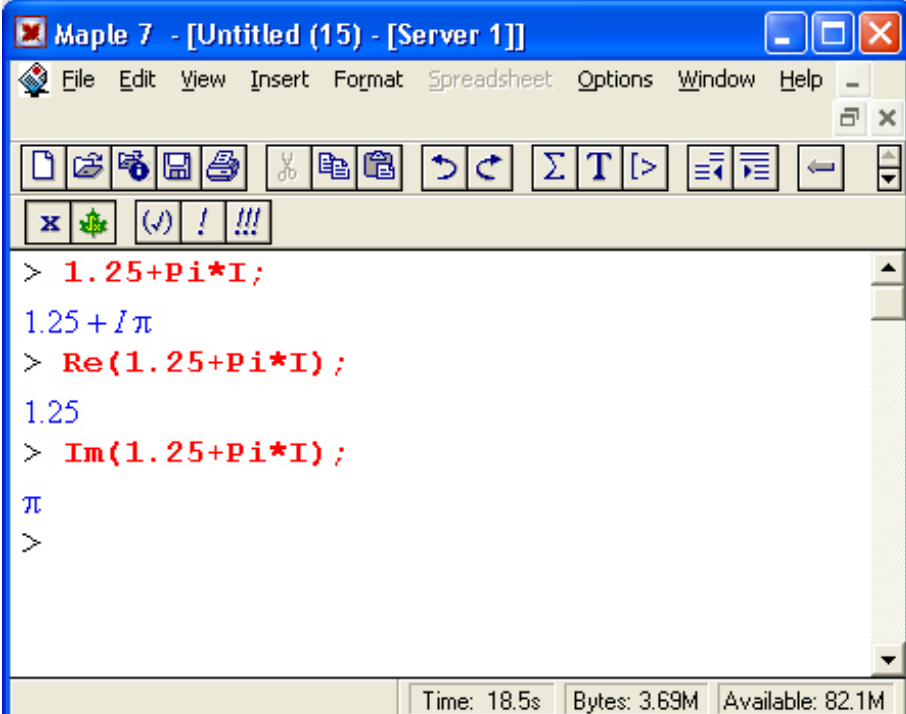
$$z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}; \quad z_1 z_2 = \frac{c}{a}.$$

Широта применения комплексных чисел

- Авиа-техника и самолетостроение
- Радиотехника
- Электротехника и электромеханика
- Компьютерное программирование
- Космическая индустрия
- Экономика
- Алгебра векторов
- Физика и техника
- Теория электричества
- Динамика
- Аэродинамика
- Теория упругости

Комплексные числа и современная компьютерная индустрия

Электронные математические системы, такие как Maple, используемые в серьезных лабораториях или кафедрами вузов для работы с символьной математикой, также могут работать с комплексными числами:

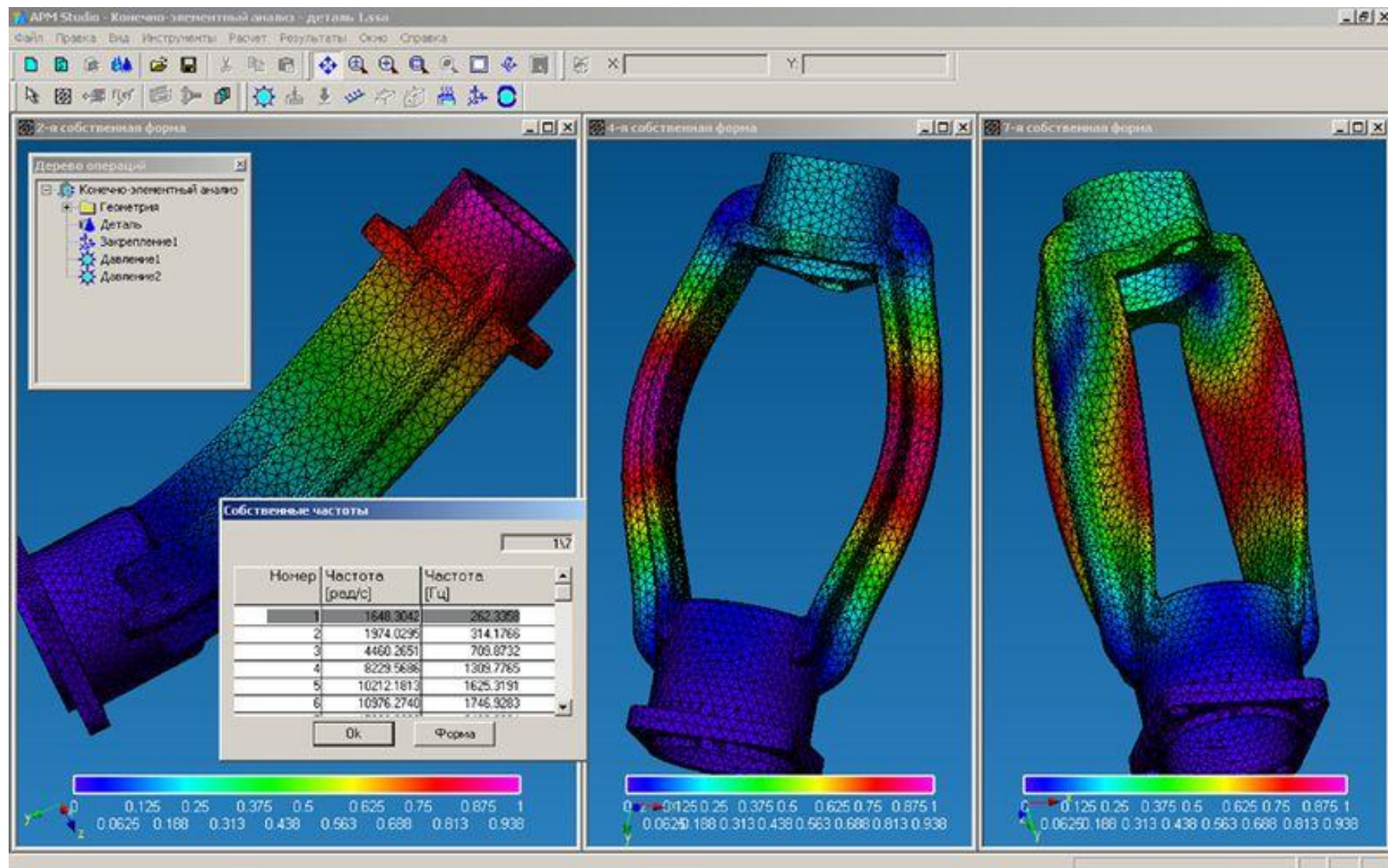


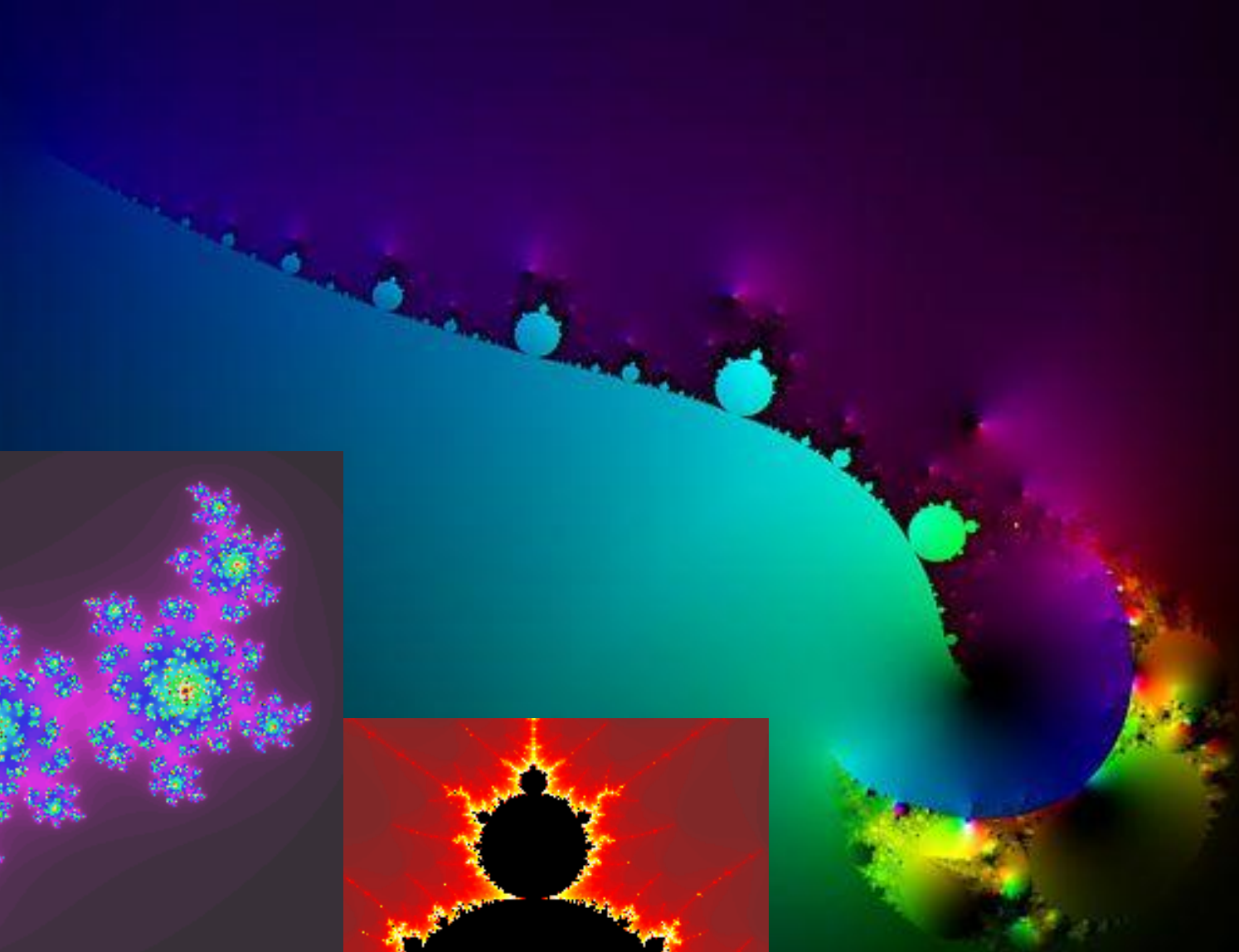
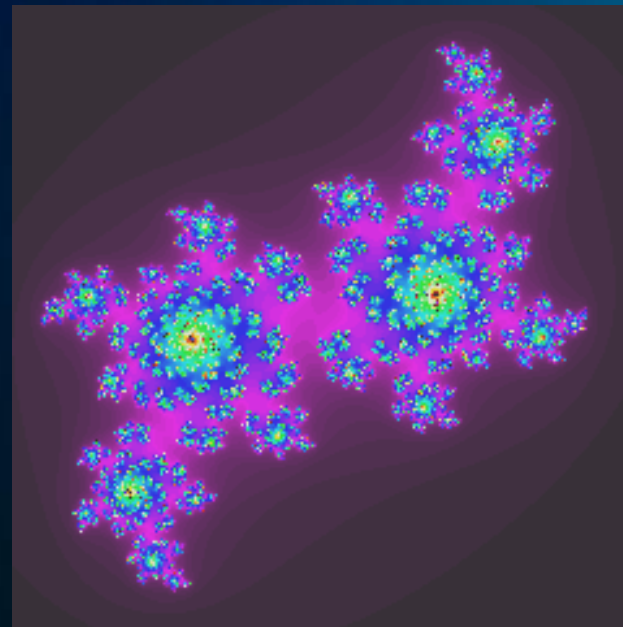
The screenshot shows the Maple 7 software interface. The title bar reads "Maple 7 - [Untitled (15) - [Server 1]]". The menu bar includes File, Edit, View, Insert, Format, Spreadsheet, Options, Window, and Help. The toolbar contains various icons for file operations, editing, and mathematical functions. The main workspace displays the following commands and results:

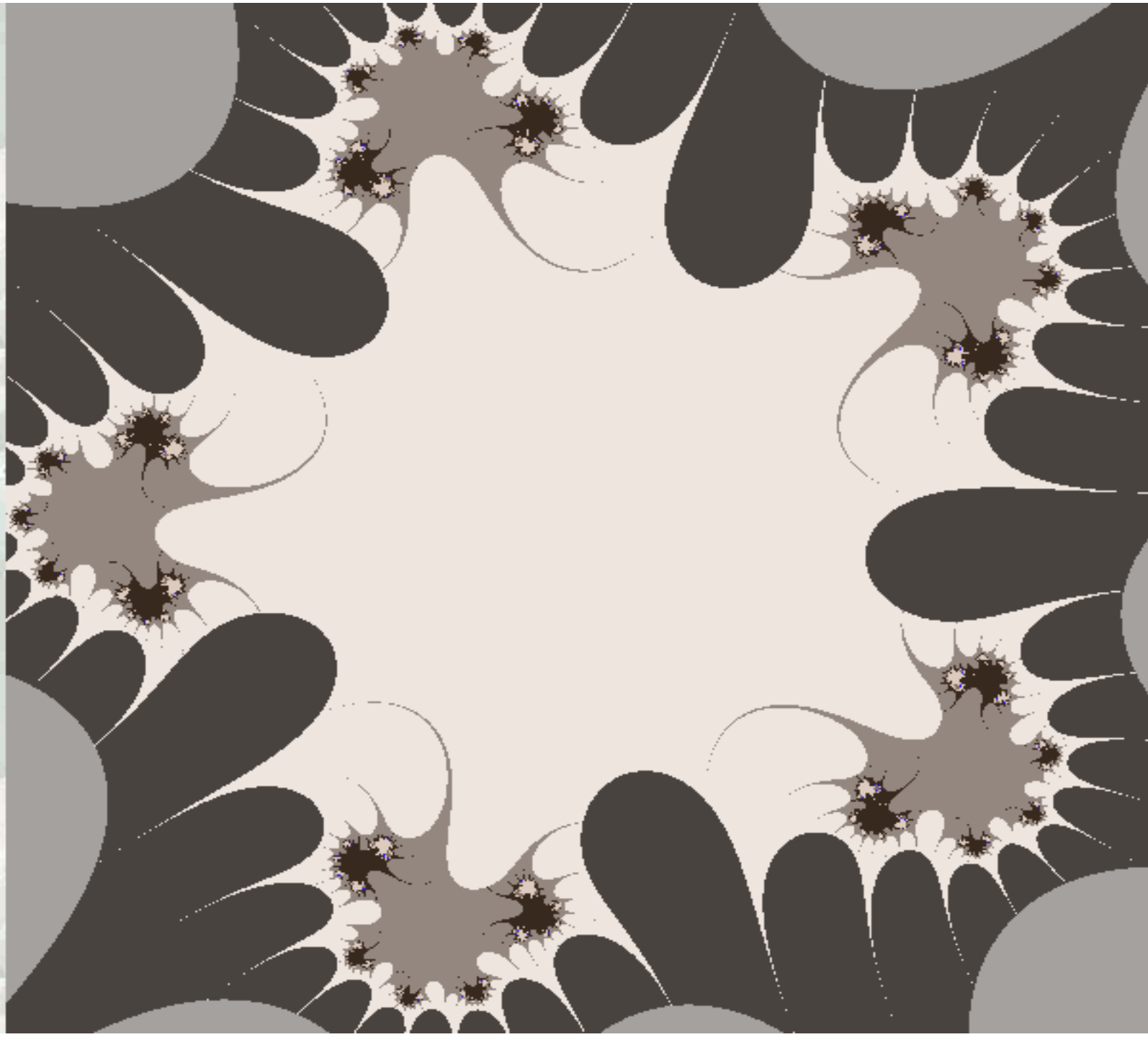
```
> 1.25+Pi*I;  
1.25 + Iπ  
> Re(1.25+Pi*I);  
1.25  
> Im(1.25+Pi*I);  
π  
>
```

The status bar at the bottom indicates "Time: 18.5s", "Bytes: 3.69M", and "Available: 82.1M".

Использование комплексных чисел в описании физических свойств создаваемого 3D объекта







0.42 Scale

91.0 Red

94.0 Green

96.0 Blue

1.12 W1

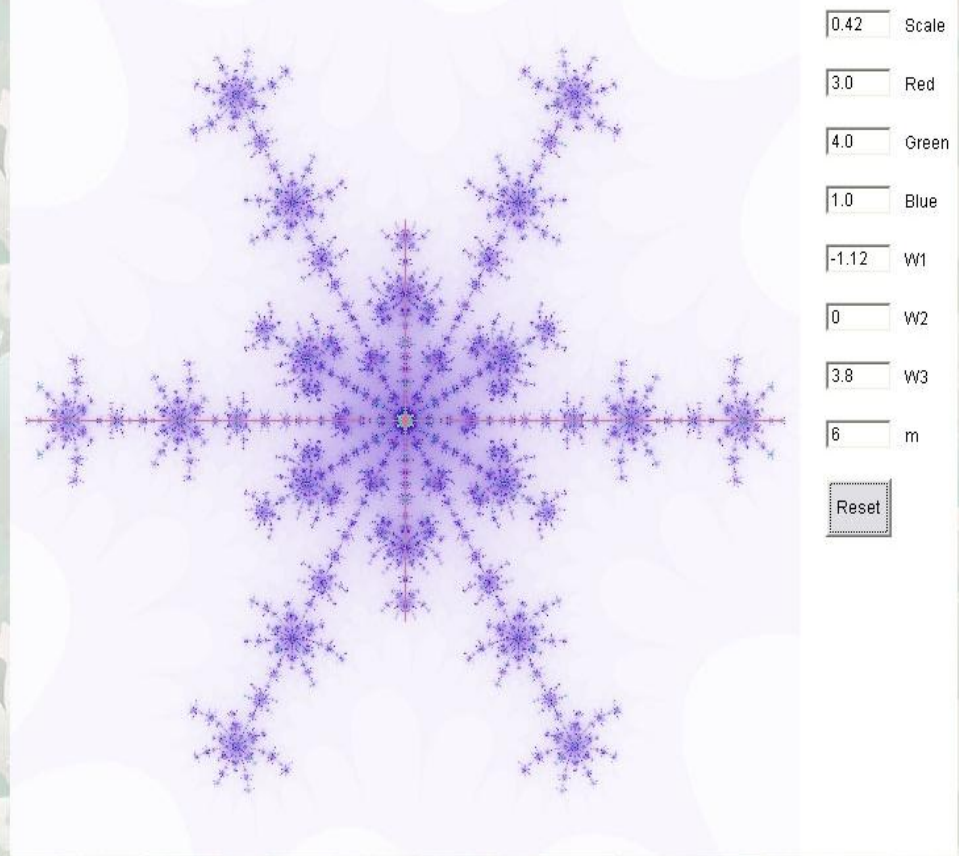
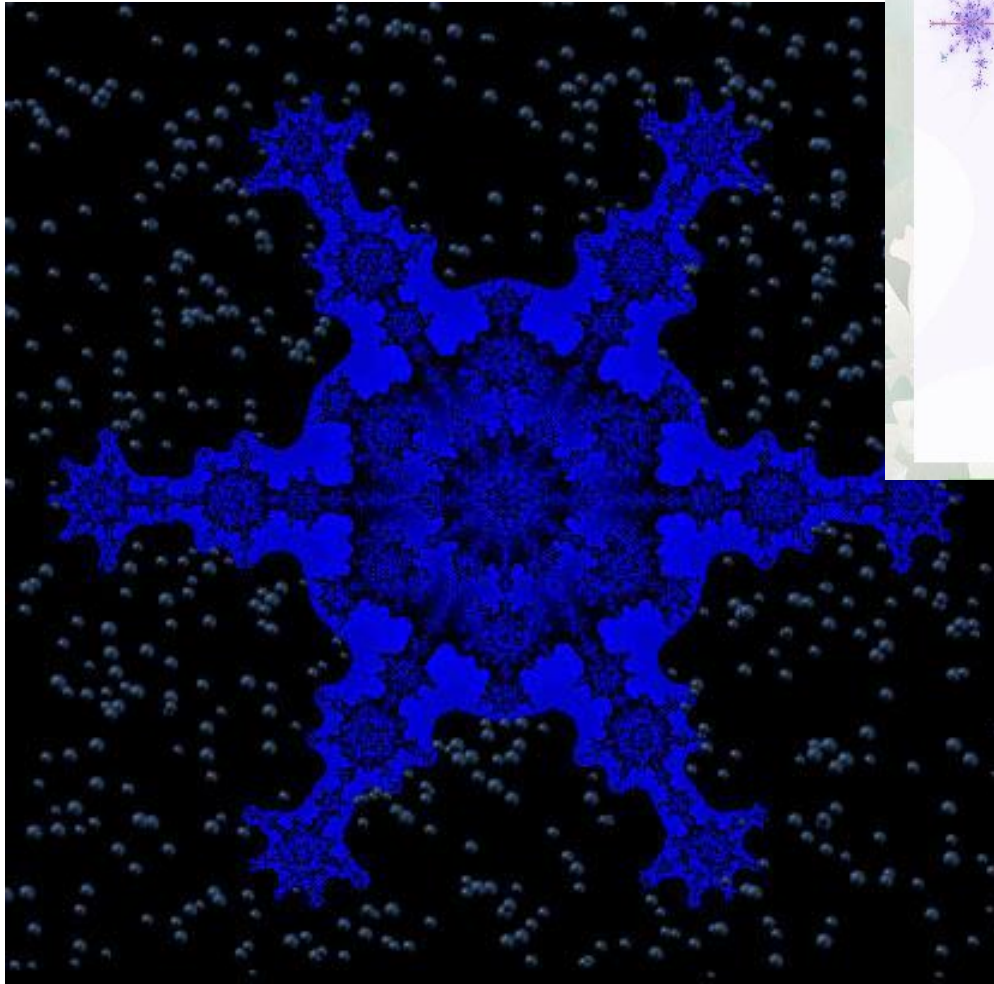
0 W2

3.8 W3

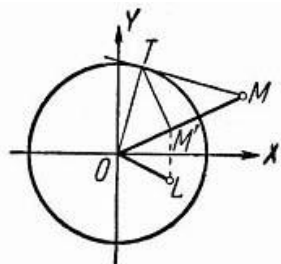
5.0 m

Reset

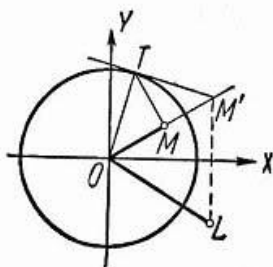
- $z = z^5 - 1.12$ (z -
комплексное число)





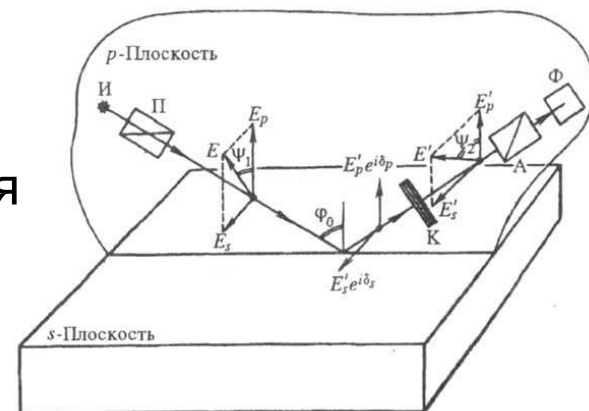


Фиг. 15.



Фиг. 16.

Электромагнитная теория света



Геометрический смысл комплексного числа

```

Python 2.2.1 (#34, Apr 9 2002, 19:34:33) [MSC 32 bit (Intel)]
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more
>>> from math import *
>>> i=sqrt(1.0)
>>> i
1.0
>>> a=-1+0j
>>> a
(-1+0j)
>>> type(a)
<type 'complex'>
>>> sqrt(a)
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in ?
TypeError: can't convert complex to float; use e.g. abs(z)
>>>

```

информатика

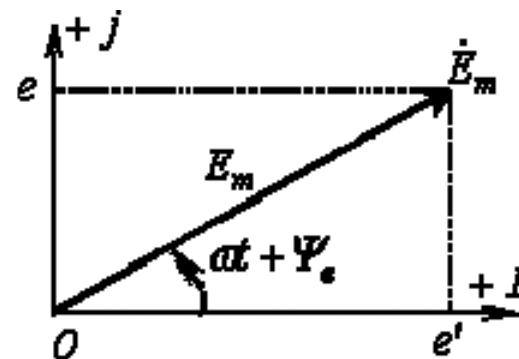


Рис.7

электромеханика

$n \in \mathbb{C}$	<u> </u>	“+”, “-”, “x”, “.” $\neq 0$ $\sqrt{-3}$	$: 0$
$n \in ?$	<u> </u>	“+”, “-”, “x”, “.” \mathbb{R} $\sqrt{-3}$	<u> </u>

$$\frac{1}{0} = ?$$



МАТЕМАТИКА - ЦАРИЦА ВСЕХ НАУК!

- *“Помимо и даже против воли того или другого математика, мнимые числа снова и снова появляются на выкладках, и лишь постепенно, по мере того как обнаруживается польза от их употребления, они получают более и более широкое распространение”*
Ф. Клейн.