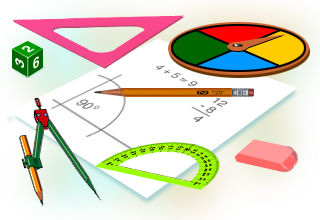
**Введение.**

Самый любимый мой предмет в школе – это математика. С пятого класса, заходя в кабинет, я слышала от старшеклассников слова «синус», «косинус», «тангенс», видела работу их с окружностью и графиками. Все это казалось мне загадочным и интересным, хотелось поскорее узнать подробнее о данной теме. И вот, не дожидаясь, когда тригонометрия будет изучаться в классе, я решила самостоятельно познакомиться с ней. Как возникли, откуда пришли эти знания, для чего вообще придумали люди «синусы-косинусы», «тангенсы-котангенсы»? Нужны ли они в жизни людей и мне в частности? Меня в тригонометрии интересовало все: история, применение, формулы, задачи. Я начала изучать ее только из своего интереса, ведь это так увлекательно узнавать что-то новое.

Когда я отбирала источники для исследования, я не ставила перед собой цель найти весь материал о тригонометрии и освоить эту тему полностью, я хотела просто узнать что это такое? Зачем нужно? И пригодиться ли это мне?

Я хотела для себя ответить на вопрос: «Хочу ли я изучать тригонометрию?»

****

**Небольшой экскурс в историю возникновения и развития тригонометрии.**

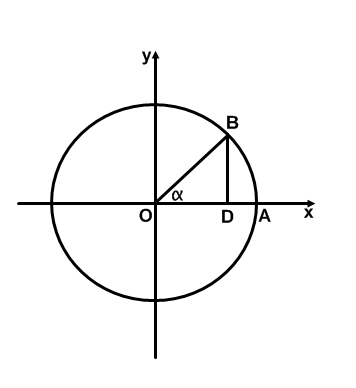
Я начала с естественного «изначального» вопроса: откуда появились и как накапливались тригонометрические знания людей?

Слово «тригонометрия» впервые встречается (1505 г) в заглавии книги немецкого математика Варфоломея Питискуса.

Тригонометрия – математическая дисциплина, изучающая зависимости между углами и сторонами треугольников и тригонометрические функции (от греческого trigwnon – треугольник и metrew – измеряю). Под измерением треугольника имеется в виду решение треугольников, т. е. нахождение сторон, углов и других элементов, если даны некоторые из них.

В тригонометрии выделяются три вида соотношений: 1) между тригонометрическими функциями; 2) между элементами плоского треугольника (тригонометрия на плоскости); 3) между элементами сферического треугольника, т. е. фигуры, высекаемой на сфере тремя плоскостями, проходящими через ее центр. Тригонометрия началась именно с наиболее сложной, сферической части. Она возникла, прежде всего, из практических нужд. Древние наблюдали за движением небесных светил. Ученые обрабатывали данные измерений, чтобы вести календарь и правильно определять время начала сева и сбора урожая, даты религиозных праздников, определять положение судов в море, предсказывать солнечные затмения и т. д. Долгое время тригонометрия развивалась и изучалась как один из разделов астрономии.

Длительную историю имеет понятие синуса угла. Различные отношения отрезков треугольника и окружности встречаются уже в ІІІ веке до н. э. в работах великих математиков Древней Греции – Евклида, Архимеда, Апполония Пергского, хотя и не приобрели специального названия. Вместо синуса они пользовались хордой, равной удвоенной линии синуса половинной дуги.

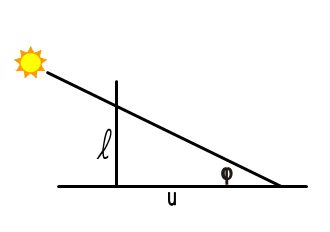


Греческое слово «хорде», от которого происходит термин «хорда» означает «тетива лука». Начало учению о тригонометрических величинах было положено в Индии. Простая на первый взгляд замена хорды полухордой - синусом – открыла большие перспективы в развитии теории тригонометрических функций.

Слово косинус намного моложе. Косинус – это сокращение латинского выражения completely sinus, т. е. «дополнительный синус» (или иначе «синус дополнительной дуги», т. к.

Первые немногочисленные дошедшие до нас индийские произведения астрономо-тригонометрического содержания относятся к ІV – V вв. В них уже встречаются синус и косинус.

Понятия «тангенс» и «котангенс» родились не из рассмотрения тригонометрической окружности, а в гномонике – учении о солнечных часах. Тангенс – отношение к длине u тени постоянной длины ℓ гномона (вертикального шеста, воткнутого в землю) солнечных часов, оно меняется в зависимости от высоты Солнца, измеряемой углом .



Термин «тангенс» (касающийся) был введен лишь в 1583 г. датским математиком Томасом Финком в связи с ролью этих линий на тригонометрической окружности.

Название «линия синусов», т. е. синусоида, встречается впервые в 1659 году у французского автора Оноре Фабри. Тригонометрические функции всесторонне и глубоко исследовались и приобрели важное значение для всей математики.

Тригонометрия возникла на геометрической основе, имела геометрический язык и применялась к решению геометрических задач. Развитие алгебраической символики позволило записывать тригонометрические соотношения в виде формул; применение отрицательных чисел позволило рассматривать направленные углы и дуги и распространить понятие тригонометрических линий для любых углов.

Огромный вклад в развитие тригонометрии внес Л. Эйлер (1707 – 1783 гг.). Именно он первым ввел определения тригонометрических функций, вывел новые формулы, различные факты стали доказываться путем формального применения формул, доказательства стали намного проще и компактнее. Он ввел «единичную окружность». На основании его работ были составлены учебники тригонометрии, излагавшие ее в строгой научной последовательности. Тригонометрия, возникшая как наука о решении треугольников, со временем развилась и в науку о тригонометрических функциях.

**Применение тригонометрии при решении геометрических задач.**

Естественно, все измерения, связанные с расположением светил на небосводе, - измерения косвенные. Прямые могли быть проведены только на поверхности земли, но и здесь далеко не всегда удавалось непосредственно определить расстояние между какими-то пунктами, и тогда вновь прибегали к косвенным измерениям. Например, вычисление высоты дерева, расстояния до острова и т. д., сводятся к анализу треугольника.

В планиметрии соотношения, которые связывают углы и стороны треугольника между собой, позволяют найти одни из них, если заданы другие. Тригонометрия – незаменимый помощник.

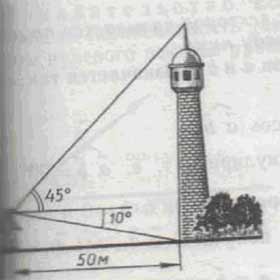
***Определение высоты предмета.***

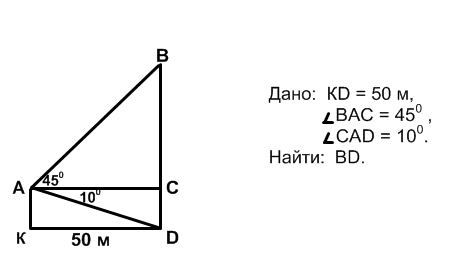
***1). Необходимо измерить высоту дерева из точки В.***



Если точка В является доступной, то измеряем В и длину стороны НВ. tg В = ; АН = НВ∙ tg В. По таблице Брадиса находим tg В, вычисляем высоту АН.

***2. Наблюдатель находится на расстоянии 50м от башни, высоту которой хочет определить. Основание башни он видит под углом 10° к горизонту, а вершину – под углом 45° к горизонту. Какова высота башни?***

******

******

Решение.

Треугольник АВС равнобедренный, ВС = 50 м. Рассмотрим ADC. tg CAD = ; CD = АС∙ tg CAD = 50 ∙ tg 10° 50 ∙ 0,1763 8,6 (м). BD 50 + 8,6 58,6 (м). Ответ: 58,6 м.

**Решение треугольников общего вида.**

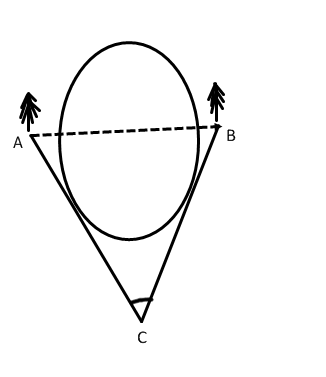
***1. Нахождение высоты предмета, если расстояние НВ нельзя измерить.***

 Решение.

1) ассмотрим . А = (по свойству внешнего угла треугольника). По теореме синусов ; АВ = .

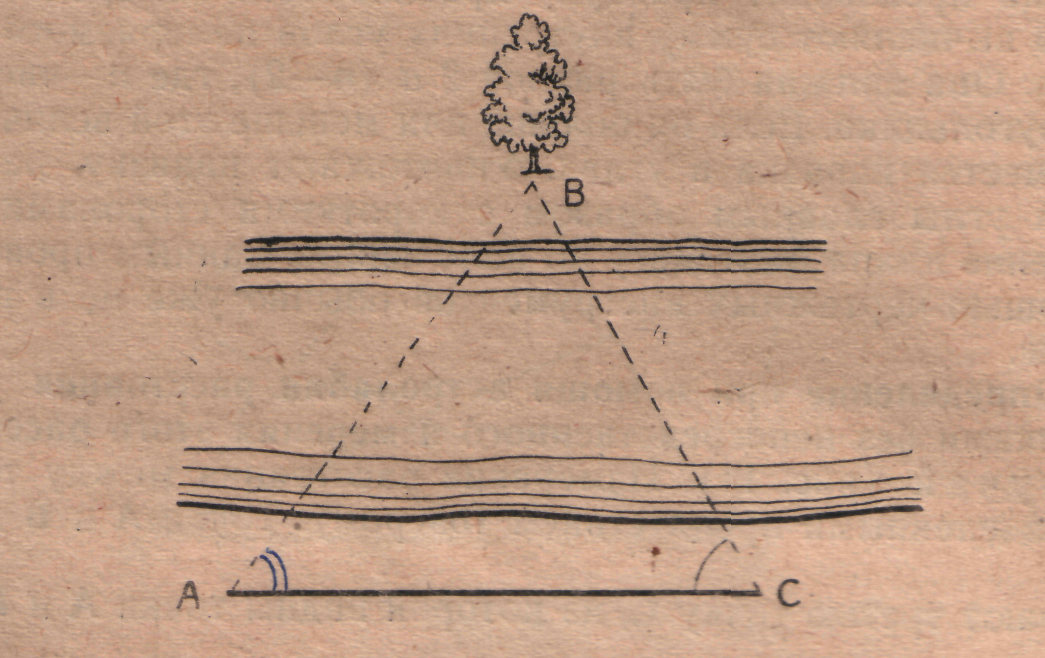
2) ассмотрим . = ; АН = АВ∙. АВ найдено, находится по таблицам.

***2. Измерение расстояния между точками А и В, разделенными препятствием (озером). Точки А и В доступны.***



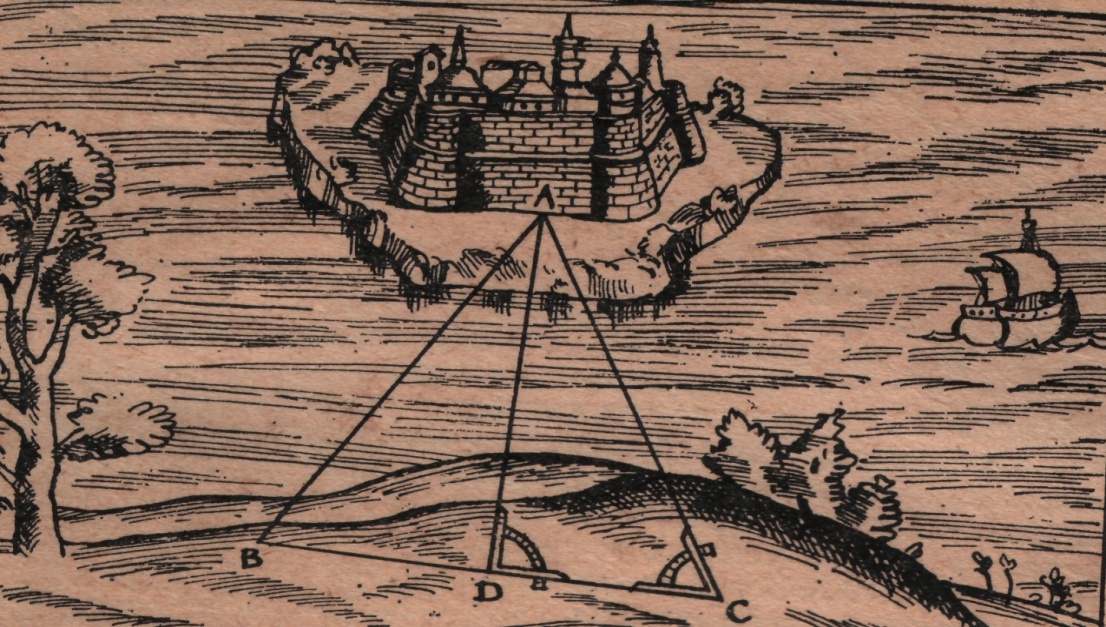
Выбираем точку С, из которой видны точки А и В, угол С измеряем с помощью астролябии. По теореме косинусов находим АВ. АВ2 = АС2 + ВС2 – 2∙АС∙ВС∙.

***3. Измерение расстояния между точками А и В, разделенными препятствием (рекой). Точка А доступна, точка В нет.***



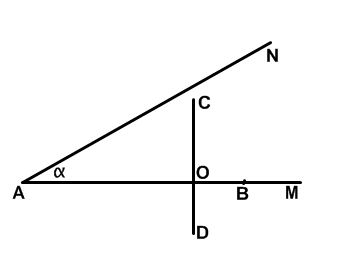
Выбираем точку С, из которой видны точки А и В. Измеряют расстояние АС, с помощью астролябии углы ВАС и ВСА. По теореме синусов ; угол В вычисляем. АВ = .

***4. Измерение расстояния от берега до замка, расположенного на острове (из итальянского учебника 18 века).***



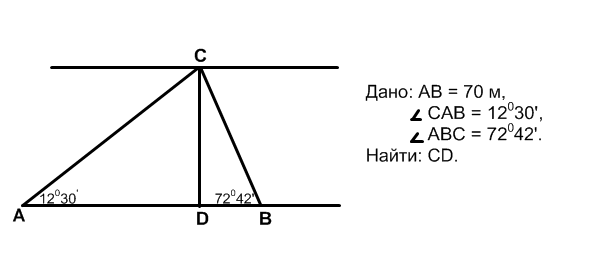
Если угол D прямой и угол С измерен, то tg С = ; DA = DC∙ tg С.

***5. Использование для измерения углов в средние века «жезла Якова» для измерения углов.***



Он состоял из линейки АВ длиной около метра, по которой скользит брусок CD, перпендикулярный к АВ. Чтобы определить угол MAN = , двигают CD так, чтобы М оказалось на продолжении АВ, а N – на продолжении АС. Тогда tg = .

***6.*** *Рассмотрим применение тригонометрии при решении задачи №1037 из учебника Атанасяна Л.С. и др.*  ***Для определения ширины реки отметили два пункта А и В на берегу реки на расстоянии 70 м друг от друга и измерили углы САВ и АВС, где С – дерево, стоящее на другом берегу у кромки воды. Оказалось, что САВ = 12°30, АВС = 72°42′. Найдите ширину реки.***

Решение.

1) С = 180 - (12°30' + 72°42') = 180° - 85°12' = 94°48'.

2). По теореме синусов ; АС = 67,1(м).

(=

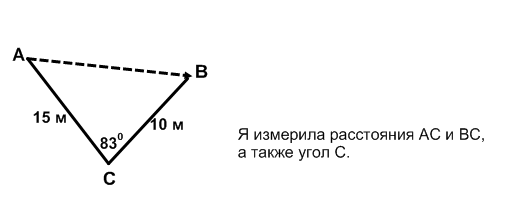
3). Рассмотрим треугольник АСD. = ; CD = АС ∙

67,1∙ 0,2164 14,5 (м).

Ответ: 14,5 м.

Я решила попробовать провести хоть небольшие измерительные работы сама. Нужно измерить расстояние между недоступными точками А и В.





По теореме косинусов АВ2 = АС2 + ВС2 – 2АС ∙ ВС ∙ 152 + 102 - 2∙15∙10 ∙ 0,1219 225 + 100 – 36 288; АВ 17 (м).

Ответ: 17 м .

Итак, рассмотрев несколько задач на решение треугольников, я стала немного понимать механизм применения тригонометрии в измерительных работах. Первое, что меня заинтересовало – как можно все это применить в астрономии.

**Применение тригонометрии в астрономии и географии.**

Еще задолго до новой эры вавилонские ученые умели предсказывать солнечные и лунные затмения. Это позволяет сделать вывод о том, что им были известны некоторые простейшие сведения из тригонометрии.

Одним из основоположников тригонометрии считается древнегреческий астроном Гиппарх, живший во ІІ в. до н. э.

Наибольшее внимание ученых привлекали тригонометрические соотношения на сферических поверхностях. Это было продиктовано нуждами астрономии и географии. Согласно гипотезе тех дней Земля есть шар в центре небесной сферы, которая вращается вокруг своей оси. Светила располагаются на этой сфере. Их движения изучаются. При этом большое значение приобретают математические задачи о расположении точек и фигур на сфере. Здесь тригонометрия и нашла свое применение. Плоская тригонометрия являлась частью практической астрономии, т. к. в последней широко используются ортогональные проектирования. Фигуры, находящиеся на сфере, проектируются на плоскости: плоскости горизонта, меридиана,…

Измерительные операции при этом чаще всего прилагаются к хордам. Многократные применение этих операций заставляло составлять таблицы их значений. Первые тригонометрические таблицы относятся ко ІІ в. н. э. По существу это первичная форма таблиц синусов. Таблицы в течение многих веков служили средством для решения треугольников.

Астрономы Междуречья научились предсказывать положение Земли и Солнца. Зная точные размеры Солнца и планет, периоды их вращения, траектории вращения, древние ученые просчитывали время и длительность затмений.

С помощью гномона находили отношение длины тени к длине шеста (или обратное). Оно определяет высоту солнца над горизонтом. Регулярные замеры позволяли найти пункт солнцестояния, длину Солнечного года. Тригонометрия помогала находить расположение планет на небесной сфере, вычислять время восхода и захода Солнца и Луны, их затмения, решать многие другие задачи.

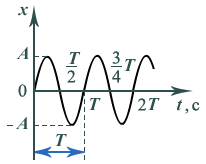
Астрономия и география тесно связаны между собой. С помощью светил люди определяли направление пути, положение судов в море, направление движения каравана в пустыне, наблюдали за движением звезд, чтобы правильно определить время сева и сбора урожая, даты религиозных праздников. В 12 -14 вв. создавались довольно точные карты. При этом необходимо было перевести точки со сферической поверхности Земли на плоскость таким образом, чтобы сохранить неискаженными расстояния и правильные очертания. Это могло быть сделано только с помощью тригонометрических приемов.

Уже в древние времена путем определенных измерений высоты Солнца в полдень определяли широту местности. Широту можно найти также, измеряя высоту Полярной звезды над горизонтом. Практический метод определения долготы был найден позднее, несколько столетий назад.

Итак, я еще раз убедилась, что тригонометрия сыграла очень важную роль в жизни человечества. Следующий объект моего внимания – это физика.

**Применение тригонометрии в физике.**

В природе и технике широко распространены колебания, называемые гармоническими. Это колебания, которые происходят под действием силы, пропорциональной смещению колеблющейся точки и направленной противоположно этому смещению.

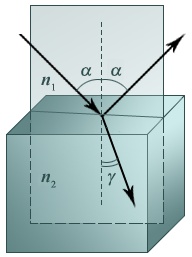


Графиком зависимости координаты от времени какого-либо тела, совершающего гармонические колебания, является **синусоида.** При совершении телом гармонических колебаний не только его координата, но и сила, ускорение и скорость измеряются по законам синуса или косинуса.

Если рассматривать звуковые явления, то тела, которые являются источником звука, всегда совершают колебательные движения. Графиком их является тоже синусоида. Колебания от 20 Гц до 20 000 Гц называются звуковыми. В радиоприемниках, музыкальных центрах и других устройствах используются звуковые колебания мембран из различных материалов. Частота и амплитуда колебаний источника связана с высотой и громкостью звука.

Механические колебания, частота которых больше 20 000 Гц, называются ультразвуковыми, а менее 20 Гц – инфразвуковыми. Человеческое ухо такие частоты не воспринимает, однако некоторые животные, например, летучие мыши, дельфины, способны излучать и улавливать ультразвук. Благодаря этому дельфины уверенно ориентируются в мутной воде, а летучие мыши летают в полной темноте, не натыкаясь на преграды. Для изучения природы этих звуков применяются законы тригонометрии.

Существует закон преломления света при переходе из одной среды в другую. Между углом падения и углом преломления выполняется следующее соотношение: n1 = n2,  где n1 и n2 – показатели преломления двух сред. Это закон преломления света.



С помощью законов преломления световых лучей, а значит, и тригонометрии, можно объяснить такие явления природы как радуга, миражи, северное сияние и многие другие. Закон преломления света позволяет объяснить интересное и практически важное явление – полное отражение света. Сейчас оно постепенно приводит к революции в способах передачи информации. Оптика, раздел физики, тоже построена на законах преломления. Роль оптики трудно переоценить. Например, линзы являются частью фотоаппарата, проекционного аппарата, микроскопа, телескопа. В глазу тоже есть линза – хрусталик.

А переменный ток? В осветительной сети квартиры, а также применяемый на заводах и фабриках представляет собой не что иное, как вынужденные электромагнитные колебания. Сила тока и напряжение меняются со временем по гармоническому закону. И здесь не обойтись без тригонометрии.

Еще я прочитала о некоторых конкретных задачах, которые решаются с помощью тригонометрии. 1). «Расчет угла сноса судна от течения и коэффициента скорости». Расчет угла судна является одной из важных и сложных задач. При управлении судном на течении необходимо выбирать оптимальный курс относительно направления течения. 2). «Расчет угла дрейфа». Ветер оказывает неблагоприятное воздействие на движение и маневренность судов. Это необходимо учитывать при расхождении судов, особенно в стесненных путевых условиях реки. 3). «Расчет ширины полосы проводки состава при ветре». При ветре силой 3 балла и выше состав идет под некоторым углом к заданному курсу и занимает значительно большую ширину судового хода, чем в штиль.

**Применение тригонометрии в других областях деятельности человека.**

***1). Тригонометрия помогает нашему мозгу определять расстояния до объектов.***

Американские ученые утверждают, что мозг оценивает расстояние до объектов, измеряя угол между плоскостью земли и плоскостью зрения. Такой вывод был сделан после серии экспериментов, участникам которых предлагалось взглянуть на окружающий мир через призмы, увеличивающие этот угол.

Результаты нового исследования окажутся небезынтересны инженерам, конструирующим системы навигации для роботов, специалистам, создающим виртуальные модели. Возможны приложения в области медицины, при реабилитации пациентов с повреждениями областей мозга.

***2). Применение тригонометрии в искусстве и архитектуре.***

В архитектуре тоже используются тригонометрические формулы. Большинство композиционных решений и построений рисунков проходило именно с помощью геометрии. Вот пример на построение одной скульптуры французского мастера Золотого века искусства.

Пропорциональное соотношение в построении статуи было идеально. Однако при поднятии статуи на высокий пьедестал она смотрелась уродливо. Скульптором не было учтено, что в перспективе к горизонту уменьшаются многие детали и при взгляде снизу вверх уже не создается впечатления ее идеальности. Велось множество расчетов. Зная примерное расстояние от статуи до точки зрения, а именно от верха статуи до глаз человека и высоту статуи, можно рассчитать синус угла падения взгляда с помощью таблицы. Тем самым находим точку зрения (рис. 1).

На рисунке 2 статуя поднята, рассчитывается косинус угла С, по таблице находится угол падения взгляда. Результаты проверяются с помощью формулы **cos 2 α+ sin 2 α = 1.** Сравнив измерения АН в первом и во втором случаи можно найти коэффициент пропорциональности. Впоследствии мы получим чертеж, а потом скульптуру, при поднятии которой зрительно фигура будет приближена к идеалу.

BL00393_

РИС. 1

**α**

**А**

**С**

**Н**

**А**

BL00393_

РИС. 2

**Н**

**С**

***3). Краткий обзор других применений.***

Тригонометрия применяется в таких областях, как навигация, акустика, оптика, электроника, теория музыки (звуковые колебания), медицина (устройство глаза, УЗИ, компьютерная томография), химия, сейсмология, метеорология, океанология, топография, картография, машиностроение и многих, многих других.

**Заключение.**

Вот и закончилось мое путешествие в мир тригонометрии. Какие выводы я могу сделать? Главное, что я поняла – то, что эта наука возникла из потребностей человека измерять расстояния, особенно тогда, когда непосредственное их измерение затруднено или невозможно. Усиливается роль измерения углов. Затем тригонометрия нашла свое применение практически во всех областях человеческой деятельности. Это видно из приведенных мною ранее примеров.

Я осознаю, что многие факты, способы решения задач мне еще непонятны, некоторые выводы поверхностны, но я и не ставила перед собой цель освоить эту тему немедленно. Зато я убедилась в необходимости знать тригонометрию, эта наука стала мне ближе, я буду с удовольствием ее изучать, чтобы те задачи, о которых говорилось в данной работе и многие другие, которые встретятся в процессе учебы, не вызывали затруднения. Особенно пригодятся знания тригонометрии при решении стереометрических задач, при изучении физики.

Я прочитала о многих ученых, которые своей титанической работой развивали эту науку, ставили ее на службу людям. Они достойны уважения и памяти.

**Литература**

1. Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф. Геометрия 7 – 9. / Просвещение 2005.

2. Брадис В. М. Четырехзначные математические таблицы. / М.: Просвещение 2005 г.

3. Википедия – свободная энциклопедия.

4. Глейзер Г. И. История математики в школе 7 – 8 классы. / Москва. Просвещение. 1982 г.

5. Князев Л. С. Астролябия и мензула школьные. / М.: Просвещение. 1980 г.

6. Математика. Учебно-методическая газета №17, 2005г.

7. Мякишев Г. Я. Физика: учебник для 11 класса. / М.: Просвещение. 2003 г.

8. Физика. Методическая газета. №17 - 2008 г; №19 - 2008 г; №23 – 2007 г.

9. Физика. Библиотека наглядных пособий. Серия «1с:школа». 7 – 11 классы. Учебный диск. / Дрофа, 2004 г.

10. Физика. 10 – 11 классы. Подготовка к ЕГЭ. Серия «1с:школа». / М : «Просвещение».