В этом году в школе мы на математике начали изучать разные теоремы: теорема Пифагора, теорема Виета… Тогда мне стало интересно, а какие теоремы мы будем проходить дальше? В старших классах… В институте... Моя учительница по математике рассказала мне о формулах линейной алгебры. Мне очень понравилось формула Габриэля Крамера. О ней я решила написать.

Габриэль Крамер родился 31 июля 1704 года в Женеве (Швейцария) в семье врача. Уже в детстве он опережал своих сверстников в интеллектуальном развитии и демонстрировал завидные способности в области математики. В 18 лет он успешно защитил диссертацию. Через 2 года Крамер выставил свою кандидатуру на должность преподавателя в Женевском университете. Юноша так понравился магистрату, что специально для него и ещё одного одного кандидата на место преподавателя была учреждена отдельная кафедра математики, где Крамер и работал в последующие годы. Талантливый учёный написал множество статей на самые разные темы: геометрия, история, математика, философия. В 1730 году он опубликовал труд по небесной механике. Крамер является одним из создателей линейной алгебры. Одной из самых известных его работ является «Введение в анализ алгебраических кривых», опубликованный на французском языке в 1750 году. В ней Крамер строит систему линейных уравнений и решает её с помощью алгоритма, названного позже его именем – метод Крамера.



**Метод Крамера**— способ решения квадратных систем линейных алгебраических уравнений с ненулевым определителем основной матрицы (причём для таких уравнений решение существует и единственно). Создан Габриэлем Крамером в 1751 году.

**Существование решений.**

**1.** Если главный определитель системы и все вспомогательные определители равны нулю, то система имеет бесчисленное множество решений.

**2.** Если главный определитель системы равен нулю, а хотя бы один вспомогательный определитель отличен от нуля, то система несовместна(не имеет решений).

**3.** Если главный определитель системы не равен нулю, то система имеет единственное решение.

Определитель матрицы

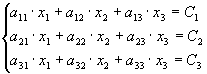
Для любой квадратной матрицы может быть найдена величина, называемая определителем.

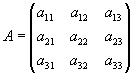
**Определитель** — это квадратная таблица чисел или матиматических символов (Δd).

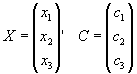
### **Формулы Крамера:**

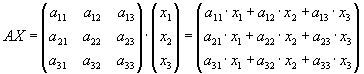
### Матричная запись и матричное решение системы уравнений первой степени

Рассмотрим систему уравнений:



- матрица системы.

- матрицы - столбцы неизвестных и свободных членов.

Очевидно, что 

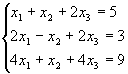
тогда АХ=С. Такое равенство называется «матричным уравнением»

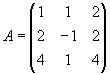
Если матрица А системы невырожденная, (det А http://www.mathelp.net/MA2.files/nr.gif0), то это уравнение решается следующим образом: Умножим обе его части на матрицу А-1, обратную матрице А

А-1(АХ)=А-1С или,

(А-1А) · Х = А-1·С. но так как А-1А=Е, и ЕХ=Х Х=А-1С

Например, решим матричным способом систему



 м атрица системы

Не является ли матрица А вырожденной? Найдем ее определитель:

 А =1·[-1·4 – 1·2] – 1·[2·4 – 2·4] + 2·[2·1 – 4·(-1)] = -6 + 12 = 6

Определитель не равен нулю, то есть матрица не вырожденная. Значит, существует обратная матрица

А11 = (-1)1+1·М11 = (+1)·[-1·4 – 1·2] = -6

А12 = (-1)1+2·М12 = (-1)·[2·4 – 2·4] = 0

А13 = (-1)1+3·М13 = (+1)·[2·1 – 4·(-1)] = 6

А21 = (-1)2+1·М21 = (-1)·[1·4 – 1·2] = -2

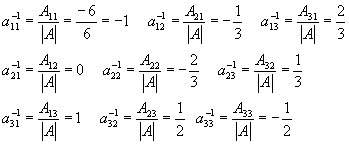
А22 = (-1)2+2·М22 = [1·4 – 2·4] = -4

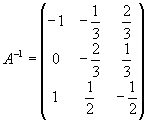
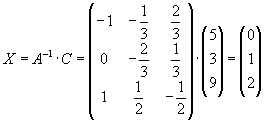
А23 = (-1)2+3·М23 = (-1)·[1·1 – 4·1] = 3

А31 = (-1)3+1М31 = [1·2 – (-1)·2] = 4

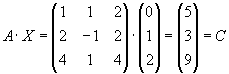
А32 = (-1)3+2·М32 = [(-1)·1·2 – 2·2] = 2

А33 = (-1)3+3·М33 = [1·(-1) – 2·1] = -3



Можно убедиться проверкой в правильности решения: подставим вектор Х в первоначальное матричное уравнение.



Действительно вектор Х удовлетворяет заданной системе.

### Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными

sistur21

Для этой системы рассмотрим следующие выражения, которые называются определителями:

Главный определитель:

sistur2_kram

Остальные определители вспомогательные.

Определитель для вычисления х1:

sistur2_kram1

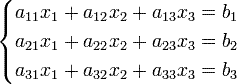
Определитель для вычисления х2:

sistur2_kram11

Тогда х1 и х2 вычисляются по формулам:

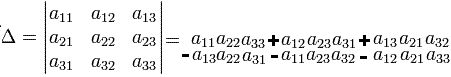
sistur2_kramresh

### Система трех линейных уравнений с тремя неизвестными

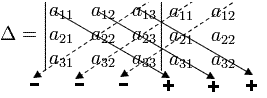


Для этой системы рассмотрим следующие выражения, которые называются определителями третьего порядка:

Главный определитель:

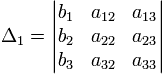


Для запоминания вычисления определителей третьего порядка можно воспользоватьвася следующей схемой

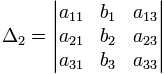


Остальные определители вспомогательные.

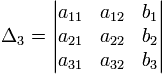
Определитель для вычисления х1:



Определитель для вычисления х2:



Определитель для вычисления х3:



Тогда х1, х2, х3 вычисляются по формулам:

sistur3_kramresh