№ 1. При каких значениях параметра *a* уравнение $\cos x=5a-7$ **имеет не менее 5 корней на промежутке** $\left[\frac{-10\pi}{3};\frac{3\pi}{4}\right]$ **?**

Ответ: $\frac{14-\sqrt{2}}{10}\leqslant a\leqslant\frac{13}{10}$

№ 2. Найти количество корней уравнения $(tg\,x-a+1)\left(\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-a\right)=0$ **на интервале** $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ **в зависимости от параметра *a*.**

Ответ:
$$\begin{array}{l} при\, a\in\left(-\infty;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]\cup\{0\}\cup(1;+\infty)-1\,корень;\\ при\, a\in\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)\cup\left(0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right]\cup\{1\}-2\,корня;\\ при\, a\in\left(\frac{\sqrt{2}}{2};1\right)-3\,корня.\end{array}$$

№ 3. При каких значениях параметра *a* уравнение $\dfrac{a-8\sin\frac{\pi x}{18}}{x^2+a^2-25}=0$ **не имеет решений на промежутке** $[-11;13]$ **?**

Ответ: $при\, a\in(-\infty;-8)\cup\{-4;4\}\cup(8;+\infty).$

№ 4. Решить для всех действительных значений параметра *a*:
$$\frac{a^2-x^4}{\sqrt{2\left|\cos\frac{\pi x}{3}\right|-|a|}}=0$$

Ответ:
$$\begin{array}{l} если\;\; a\in(-\infty;-1]\cup[1;+\infty),\;\; уравнение\;\; не\;\; имеет\;\; решений;\\ если\;\; a\in(-1;0),\;\; то\;\; x=\pm\sqrt{-a};\\ если\;\; a=0,\;\; то\;\; x=0;\\ если\;\; a\in(0;1),\;\; то\;\; x=\pm\sqrt{a}.\end{array}$$

№ 5. Решить для всех действительных значений параметра *a*:
$$\begin{cases} x=(-1)^k\cdot\sqrt{1-(a+2\mathrm{k})^2},\, k\in\mathbb{Z}\\ x=-\cos\frac{\pi a}{2}\end{cases}.$$

Ответ:
$$\begin{array}{l} если\;\; a\in\{2\mathrm{k}+1\;\;|k\in\mathbb{Z}\},\;\; то\; x=0;\\ если\;\; a\notin\{2\mathrm{k}+1\;\;|k\in\mathbb{Z}\},\;\; то\; x\in\varnothing.\end{array}$$

№ 6. При каких значениях параметра *a* наибольший отрицательный корень уравнения $a=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+1$ **меньше** $\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi a}{3}-\frac{\pi}{3}$ **?**

Ответ: $при\, a\in[-1;1)\cup[2;3].$

№ 7. При каких значениях параметра *a* для каждого *x* из промежутка $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$ **верно ровно одно из трех неравенств системы:**
$$\begin{cases}\cos x<1-a\\ \cos x>a-1\\ \cos x<a\end{cases}\quad ?$$

Ответ: $при\;\; a\in\left[1-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right]\cup\left[1+\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right)$.

№ 8. Пусть x_1 – наименьший положительный корень уравнения $6\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=3a$ **;**

x_2 – наибольший корень уравнения $2\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=a-1$ **, меньший** π **.**

Для каждого значения параметра *a* сравнить x_1 и x_2.

Ответ:

при $a\in(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$ ни одно из уравнений не имеет корней;

при $a\in(2;3]$ $\nexists x_1$;

при $a\in[-2;-1)$ $\nexists x_2$;

№ 8. Ответ (продолжение):

при $a\in[-1;0)\cup[1;2]$ $x_1>x_2$;

при $a=0$ $x_1=x_2$;

при $a\in(0;1)$ $x_1<x_2$.

№ 9. Решить для всех действительных значений параметра *a*:

$$\frac{\left(x-4\sin\frac{\pi a}{12}\right)\cdot\left(a+4\sin\frac{\pi x}{12}\right)}{\sqrt{(|x|-1)^2+(|a|-1)^2-2}\cdot\sqrt{10-(|x|-3)^2-(|a|-3)^2}}=0$$

Ответ:

при $a\in(-6;-4]\cup[4;6)$ $x\in\left\{4\sin\frac{\pi a}{12}\right\}$;

при $a\in(-4;-2)\cup(2;4)$ $x\in\left\{4\sin\frac{\pi a}{12};-\frac{12}{\pi}\arcsin\frac{a}{4}\right\}$;

при $a\in(-\infty;-6]\cup[-2;2]\cup[6;+\infty)$ $x\in\varnothing$.

№ 10. Решить для всех действительных значений параметра *a*: $\sqrt{6|a|-x}\cdot\left(x+2\cos\frac{\pi}{6a}-4\right)\geq 0$ **.**

Ответ:

при $a\in\left[-\frac{1}{2};0\right)\cup\left(0;\frac{1}{2}\right]$ $x=6|a|$;

при $a\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ $x\in\left[4-2\cos\frac{\pi}{6a};6|a|\right]$.

№ 11. Найти количество корней уравнения $(2|x|-3a)\left(\sin\frac{\pi x}{3}-a+2\right)=0$ **на интервале [-3; 3] в зависимости от параметра *a*.**

Ответ:

при $a\in(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$ 0 корней;

при $a\in\{0;3\}$ 1 корень;

при $a\in(0;1]\cup(2;3)$ 2 корня;

при $a=2$ 3 корня;

при $a\in(1;2)$ 4 корня.

№ 12. Решить для всех действительных значений параметра *a*:

$$\frac{a-x|x|}{\frac{4}{\pi}arctg\,x-a}=0\ .$$

Ответ:

при $a\in\{-1;0;1\}$ нет корней;

при $a\in(-\infty;-1)\cup(-1;0)$ $x=-\sqrt{-a}$;

при $a\in(0;1)\cup(1;+\infty)$ $x=\sqrt{a}$.

№ 13. Найти количество корней уравнения $\left(a-\frac{\pi}{2}-\sin(\arcsin x)\right)\cdot(arcctg\,x-a)=0$ **в зависимости от параметра *a*.**

Ответ:

при $a\in\left(-\infty;\frac{\pi}{2}-1\right)\cup\left(\frac{\pi}{2}+1;+\infty\right)$ 0 корней;

при $a\in\left[\frac{\pi}{2}-1;\frac{\pi}{4}\right)\cup\left\{\frac{\pi}{2}\right\}\cup\left(\frac{3\pi}{4};\frac{\pi}{2}+1\right]$ 1 корень;

при $a\in\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}\right]$ 2 корня.

№ 14. При каких значениях параметра *a* уравнение $\dfrac{x-\arccos(\cos a)}{x-\frac{\pi}{3}\cos\left(a-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{3}}=0$ **не имеет решений?**

Ответ: при $a\in\left\{-\frac{\pi}{3}+2\pi k;\frac{\pi}{2}+2\pi n \,\middle|\, k,n\subset\mathbb{Z}\right\}$.